

## MODELO DISJUNTIVO DE EXPANSÃO ÓTIMA DE REDES DE TRANSMISSÃO EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

**Gerson C. Oliveira \***

PSR Consultoria e PUC/Rio  
Rio de Janeiro – RJ  
[gerson@psr-inc.com](mailto:gerson@psr-inc.com)

**Laura Bahiense**

PSR Consultoria  
Rio de Janeiro – RJ

**Mario V. Pereira**

PSR Consultoria  
Rio de Janeiro – RJ

\* *Corresponding author*/autor para quem as correspondências devem ser encaminhadas

*Recebido em 04/2002, aceito em 11/2002 após 1 revisão*

### Resumo

Apresenta-se um modelo de otimização inteira mista para expansão da rede de transmissão de um sistema hidrotérmico, no qual se representam as metas de geração hidro no ano de estudo para diversas condições hidrológicas, e também as condições de atendimento das demandas, representadas de forma discretizada em patamares. A formulação disjuntiva do problema aqui adotada evita a não linearidade usual na segunda lei de Kirchoff envolvendo produtos entre variáveis de investimento e de ângulos nodais. A representação detalhada das condições operativas ao longo do ano garante um correto dimensionamento dos reforços de transmissão de sistemas hidrotérmicos. As condições operativas e o despacho são afetadas pelos intercâmbios entre regiões, que podem variar sazonalmente com a condição hidrológica e também com a condição de carga. Um exemplo real ilustra a aplicação do modelo.

**Palavras-chave:** otimização combinatória; planejamento de sistemas hidrotérmicos; planejamento da expansão de redes de transmissão.

### Abstract

We present a mixed integer optimization model for expansion planning of the transmission network of a hydrothermal system, where hydro generation targets along the planning year are enforced, as well as supplying the load for different load levels. The disjunctive formulation adopted here avoids the non-linear relation that appears in second Kirchoff's law involving the product of discrete investment variables and continuous nodal angle variables. The detailed representation of operating conditions and generation dispatch along the study year allows a correct design of network reinforcements of a hydrothermal system. The operating conditions and the dispatch are affected by interchanges among regions, which can vary seasonally due to hydrological conditions and also along the load duration curve. A real world example illustrates the model.

**Keywords:** combinatorial optimization; hydrothermal power system planning; transmission network design.

## 1. Introdução

O problema de expansão de redes de transmissão para um ano horizonte futuro visa determinar quais e onde novos equipamentos (linhas e transformadores) devem ser construídos na rede de modo a atender as demandas previstas a custo mínimo de investimento e operação, conhecido o crescimento da oferta até o horizonte, respeitando-se as restrições técnicas de operação da rede. Esta descrição corresponde ao problema de decisão estática, sem determinar a evolução temporal de entrada dos novos equipamentos, que seria o problema de expansão dinâmica. Nesta descrição também não se representa aspectos de confiabilidade que são usuais no refinamento da análise econômico-técnica de alternativas de expansão, devido à complexidade do tratamento probabilístico no modelo decorrente da modelagem das falhas nos equipamentos.

Em estudos de planejamento da expansão, é usual representar as restrições técnicas da rede via o chamado modelo de fluxo de potência linearizado. Este modelo representa as equações e limites de potência ativa, relaxando as equações e limites de potência reativa. Assim, assume-se que os módulos das tensões nas barras estão em seus valores nominais, e os ângulos são pequenos o suficiente para a aproximação linear ser satisfatória, o que é geralmente válido para redes malhadas de média e alta tensão. Com estas hipóteses, uma vez resolvido o sistema linear que determina os ângulos nodais a partir das injeções de potência ativa e da matriz de susceptância da rede, os fluxos nos circuitos são calculados diretamente. Parker *et al.* (1980) mostram que para redes de alta tensão os erros máximos são da ordem de 5%, o que é considerado aceitável em estudos de expansão.

Em sistemas térmicos, a rede é usualmente dimensionada para a condição operativa mais estressante, relativa ao pico de carga do ano de estudo. Para sistemas hidrotérmicos, a rede deve ser capaz de suportar as diversas condições operativas de despacho, que podem variar sazonalmente devido aos intercâmbios regionais decorrentes de condições hidrológicas diversas e também variar ao longo do ciclo de carga diário. Assim, representa-se a variação da curva de carga por dois patamares (ponta e fora da ponta), e a variação sazonal da capacidade de geração hídrica em duas estações anuais (úmida e seca). Para representar as metas e limites energéticos das usinas hidro, impõe-se a cada usina um limite na soma dos despachos na ponta e fora da ponta, para a condição hidrológica que mais estressa a rede. As usinas hidro não têm custo direto de geração, enquanto que as usinas térmicas têm seus custos unitários representados. As restrições do fluxo de potência linearizado são repetidas para cada cenário (combinação de patamar de carga e estação). O custo anual é composto da soma ponderada (pelas respectivas durações em p.u.) dos custos relativos aos quatro cenários.

Por serem de ordem de grandeza mais baixo que os custos de linhas e transformadores, os custos de suporte reativo não são representados nem afetariam as decisões de quais e onde construir novas conexões. Ademais, por serem de caráter local, as decisões relativas a equipamentos de suporte de reativos podem ser tomadas após a decisão de construção de circuitos, simplificando o processo de planejamento de expansão da rede.

Durante a análise de alternativas de solução, em geral o planejador se depara com alguma alternativa em que a rede resultante não é capaz de suprir todas demandas nas barras, decorrente das restrições impostas à rede que tornam a alternativa inviável. A medida de desempenho da alternativa em foco é a solução ótima do modelo de programação linear cuja função objetivo é o custo anual de operação, composto pelos custos de geração térmica no ano mais um termo de penalização relativo aos cortes de carga decorrentes da necessidade de

atender as restrições operativas da rede. Estas restrições são modeladas pelas equações do fluxo de potência linearizado, respeitando-se ainda os limites dos geradores e os limites dos circuitos.

## 2. Formulação do problema

A seguinte notação será usada na formulação matemática do modelo de otimização.

- N – conjunto de barras
- m – # de circuitos candidatos
- $\Omega_i^0$  – conjunto de circuitos existentes conectados à barra  $i \in N$
- $\Omega_i^+$  – conjunto de circuitos candidatos conectados à barra  $i \in N$
- $\Omega_i = \Omega_i^0 \cup \Omega_i^+$ ,  $i \in N$
- $f_s^+$ ,  $f_s^-$  – variáveis auxiliares não negativas de fluxo nos circuitos, cenário s
- $f_s$  – variáveis de fluxo nos circuitos (existentes e candidatos), cenário s,  $f_s = f_s^+ - f_s^-$
- $f_s^{\max}$  – capacidades dos circuitos, cenário s (existentes e candidatos)
- $\Gamma_i^h$  – conjunto de usinas hidro conectadas à barra  $i \in N$
- $\Gamma_i^t$  – conjunto de usinas térmicas conectadas à barra  $i \in N$
- $g_h^s$  – variáveis de geração hidro, cenário s
- $g_{sh}^{\max}$  – gerações máximas hidro, cenário s
- $g_t^s$  – variáveis de geração térmicas, cenário s
- $g_t^{\max}$  – gerações térmicas máxima
- $d^s$  – cargas ativas nas barras, cenário s
- $r^s$  – variáveis de corte de carga em barras, cenário s
- $\theta^s$  – variáveis de ângulos das barras, cenário s
- $\Delta\theta_s^+$ ,  $\Delta\theta_s^-$  – variáveis auxiliares não negativas de aberturas angulares nos ramos, cenário s
- $\Delta\theta_s$  – variáveis de aberturas angulares, cenário s,  $\Delta\theta_{sk} = \Delta\theta_{sk}^+ - \Delta\theta_{sk}^-$  no ramo  $k=(i,j)$ ,  $j \in \Omega_i$ ,  $i \in N$
- x – variáveis binárias de decisão de investimento em circuitos candidatos
- c – custos de adição de circuitos candidatos
- $b_t$  – custos unitários horários de geração nas usinas térmicas
- $\gamma$  – susceptâncias dos circuitos
- K – custos de penalidade por corte de carga nas barras (maiores que custo da térmica mais cara)
- M – penalidades relativas à segunda lei de Kirchoff para circuitos candidatos
- $q^s$  – duração do cenário  $s=1,2,3,4$
- $G_h^U$  – gerações máximas em usinas hidro na estação úmida
- $G_h^S$  – gerações máximas em usinas hidro na estação seca

### 2.1 Formulação não linear mista clássica

Primeiramente apresentamos a formulação clássica do problema térmico (na seção seguinte se justifica a adoção da formulação disjuntiva). O problema pode ser expresso da seguinte forma:

Min  $cx + Kr$

s/a

(equação de balanço de potência em cada barra)

$$\sum_{k=(j,i), j \in \Omega_i} f_k + \sum_{j \in \Gamma_i} g_{ij} + r_i = d_i, i \in N$$

(2a lei Kirchoff, circuitos existentes)

$$f_k - \gamma_k (\theta_i - \theta_j) = 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N$$

(2a lei Kirchoff, circuitos candidatos)

$$f_k - x_k \gamma_k (\theta_i - \theta_j) = 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N$$

(limites de fluxo, circuitos existentes)

$$-f_k^{\max} \leq f_k \leq f_k^{\max}, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N$$

(limites de fluxo, circuitos candidatos)

$$-x_k f_k^{\max} \leq f_k \leq x_k f_k^{\max}, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N$$

(limite superior de gerador térmico)

$$g_{ij} \leq g_{ij}^{\max}, j \in \Gamma_i^t, i \in N$$

(limite superior de corte de carga em cada barra)

$$r_i \leq d_i, i \in N$$

(ângulo nulo de barra de referência)

$$\theta_{ref} = 0$$

(ângulos nodais são livres, exceto referência)

$$\theta_i \text{ irrestrito}, i \in N, i \neq ref$$

(integralidade de variáveis de investimento em circuitos candidatos)

$$x \in \{0,1\}^m$$

A equação da 2a lei de Kirchoff para circuitos candidatos introduz um produto entre a variável  $x$  de investimento num **circuito** candidato e as variáveis  $\theta$  de ângulos nodais das suas barras terminais, resultando em um problema de otimização não linear mista. A abordagem usual por meio de decomposição de Benders generalizada tem o inconveniente de não garantir a convergência para um ótimo global (Pereira & Granville, 1985).

## 2.2 Formulação disjuntiva: sistemas hidrotérmicos

Para evitar a não linearidade, Granville & Pereira (1985), e independentemente Sharifnia *et al.* (1985) e Villanasa (1984), propuseram substituir a restrição de igualdade relativa à 2a lei de Kirchoff para cada circuito candidato por duas desigualdades disjuntivas equivalentes de penalização, o que torna o problema inteiro misto. Recentemente, Bahiense *et al.* (2001) aperfeiçoaram estas desigualdades criando uma representação mais estrita. Embora isto requiera um maior número de variáveis auxiliares contínuas não negativas (de fluxo e de abertura angular), o “gap” de integralidade entre a relaxação linear e o problema original se reduz significativamente, compensando este efeito. Binato *et al.* (2001) derivaram um valor mínimo para cada penalidade de modo a mitigar o mau condicionamento do problema devido ao uso destas restrições disjuntivas de desigualdade. Um problema de caminho mínimo em grafos é resolvido para calcular esta penalidade. O modelo disjuntivo para sistemas térmicos com estas características foi aplicado com sucesso por Bahiense *et al.* (2001) a problemas reais, provando a otimalidade das soluções anteriormente obtidas para estes problemas por Binato & Oliveira (2001) usando a metaheurística GRASP.

O modelo aqui proposto segue esta formulação, estendida para o caso de sistemas hidrotérmicos considerando quatro cenários (duas estações, úmida e seca, e dois patamares de carga, ponta e fora da ponta). A formulação estendida representa as restrições da rede e os limites operativos para cada cenário, sendo que a função objetivo incorpora o termo de custo operativo ao longo do ano:

$$\min c x + \sum_{s=1,4} q^s (b_t g_t^s + K r^s)$$

s/a

(equação de balanço de potência em cada barra, por cenário)

$$\sum_{k=(i,j), j \in \Omega_i} (f_{ks}^+ - f_{ks}^-) + \sum_{j \in \Gamma_{hi}} g_{hj}^s + \sum_{j \in \Gamma_{ü}} g_{tj}^s + r_i^s = d_i^s, i \in N, s=1,2,3,4$$

(2a lei Kirchoff, circuitos existentes, por cenário)

$$f_{ks}^+ - f_{ks}^- - \gamma_k (\theta_{is} - \theta_{js}) = 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N, s=1,2,3,4$$

(2a lei Kirchoff, circuitos candidatos, limite superior, por cenário)

$$f_{ks}^+ - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^+ \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

$$f_{ks}^- - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^- \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

(2a lei Kirchoff, circuitos candidatos, limite inferior, por cenário)

$$f_{ks}^+ - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^+ \geq -M_k(1-x_k), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

$$f_{ks}^- - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^- \geq -M_k(1-x_k), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

(abertura angular em cada ramo, por cenário)

$$\Delta \theta_{ks}^+ - \Delta \theta_{ks}^- - \theta_{is} + \theta_{js} = 0, k=(i,j), j \in \Omega_i, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite superior para fluxo, circuito existente, direção positiva, por cenário)

$$f_{ks}^+ \leq f_{ks}^{\max}, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite inferior para fluxo, circuito existente, direção negativa, por cenário)

$$f_{ks}^- \leq f_{ks}^{\max}, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite superior para fluxo, circuito candidato, para cada direção de fluxo, por cenário)

$$f_{ks}^+ - f_{ks}^{\max} x_k \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

$$f_{ks}^- - f_{ks}^{\max} x_k \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite inferior para fluxo, circuito candidato, para cada direção de fluxo, por cenário)

$$f_{ks}^+ - \gamma_k \Delta \theta_k^+ \geq -M_k(1-x_k), k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

$$f_{ks}^- - \gamma_k \Delta \theta_k^- \geq -M_k(1-x_k), k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite superior de geração hidro, por cenário)

$$g_{hj}^s \leq g_{shj}^{\max}, j \in \Gamma_i^g, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite superior de geração térmica, por cenário)

$$g_{tj}^s \leq g_{tj}^{\max}, j \in \Gamma_i^t, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite superior de corte de carga em cada barra, por cenário)

$$r_i^s \leq d_i^s, i \in N, s=1,2,3,4$$

(ângulo nulo de barra de referência, por cenário)

$$\theta_{ref}^s = 0, s=1,2,3,4$$

(ângulos nodais são livres, exceto referência, por cenário)

$$\theta_i^s \text{ irrestrito}, i \in N, i \neq ref, s=1,2,3,4$$

(integralidade de variáveis de investimento em circuitos candidatos)

$$x \in \{0,1\}^m$$

(meta na geração hidro nos cenários 1 e 3 de estação úmida, ponta e fora da ponta)

$$q^1 g_{hj}^1 + q^2 g_{hj}^2 \leq G_h^U, j \in \Gamma_i^h, i \in N$$

(meta na geração em usina hidro nos cenários 2 e 4 de estação seca, ponta e fora da ponta)

$$q^3 g_{hj}^3 + q^4 g_{hj}^4 \leq G_h^S, j \in \Gamma_i^h, i \in N$$

As duas últimas desigualdades introduzem um acoplamento entre as variáveis de despacho hídrico ao longo dos cenários de demanda para cada estação, sendo que a geração total em cada usina hidro na estação está limitada à respectiva meta. A cada estação, o despacho de uma usina hidro pode portanto variar ao longo da curva de carga, desde que atenda a sua meta. O efeito da representação dos cenários é replicar as variáveis e restrições de operação nos diversos cenários, além das novas restrições de metas de geração hidro, sem alteração nas variáveis de investimento.

A solução de investimento obtida por este modelo é capaz de atender a custo mínimo as diferentes condições operativas (cenários) do sistema hidrotérmico ao longo do ano de estudo. Em comparação com o modelo térmico correspondente (apenas um cenário, tipicamente a condição de ponta anual), representa adicionalmente as variáveis operativas e restrições elétricas para cada cenário, além das restrições de acoplamento relativas às metas de geração em usinas hidro nas estações úmida e seca.

Antes de discutir a abordagem de solução do problema, apresentamos uma formulação simplificada.

### 2.3 Formulação disjuntiva simplificada

Caso se considere que nos cenários de demanda fora da ponta a rede não seja restritiva no cálculo do despacho econômico, pode-se usar uma formulação simplificada em que nestes cenários, uma equação de balanço agregado carga-geração substitui as restrições relativas à rede elétrica (dispensa-se a necessidade de representar as variáveis de ângulos nodais, aberturas angulares e fluxos). Apresenta-se a seguir a formulação simplificada.

$$\min c x + \sum_{s=1,4} q^s (b_t g_t^s + K r^s)$$

s/a

(equação de balanço de potência em cada barra, cenários de demanda de ponta)

$$\sum_{k=(i,j), j \in \Omega_i} (f_{ks}^+ - f_{ks}^-) + \sum_{j \in \Gamma_{hj}} g_{hj}^s + \sum_{j \in \Gamma_{tj}} g_{tj}^s + r_i^s = d_i^s, i \in N, s=1,2$$

(equação de balanço agregado, cenários de demanda fora da ponta)

$$\sum_{i \in N} (\sum_{j \in \Gamma_{hj}} g_{hj}^s + \sum_{j \in \Gamma_{tj}} g_{tj}^s + r_i^s) = \sum_{i \in N} d_i^s, s=3,4$$

(2a lei Kirchoff, circuitos existentes, cenários de demanda de ponta)

$$f_{ks}^+ - f_{ks}^- - \gamma_k (\theta_{is} - \theta_{js}) = 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N, s=1,2$$

(2a lei Kirchoff, circuitos candidatos, limite superior, cenários de demanda de ponta)

$$f_{ks}^+ - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^+ \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2$$

$$f_{ks}^- - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^- \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^-, i \in N, s=1,2$$

(2a lei Kirchoff, circuitos candidatos, limite inferior, cenários de demanda de ponta)

$$f_{ks}^+ - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^+ \geq -M_k(1-x_k), k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2$$

$$f_{ks}^- - \gamma_k \Delta \theta_{ks}^- \geq -M_k(1-x_k), k=(i,j), j \in \Omega_i^-, i \in N, s=1,2$$

(abertura angular em cada ramo, cenários de demanda de ponta)

$$\Delta \theta_{ks}^+ - \Delta \theta_{ks}^- - \theta_{is} + \theta_{js} = 0, k=(i,j), j \in \Omega_i, i \in N, s=1,2$$

(limite superior para fluxo, circuito existente, direção positiva, cenários de demanda de ponta)

$$f_{ks}^+ \leq f_{ks}^{\max}, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N, s=1,2$$

(limite inferior para fluxo, circuito existente, direção negativa, cenários de demanda de ponta)

$$f_{ks}^- \leq f_{ks}^{\max}, k=(i,j), j \in \Omega_i^0, i \in N, s=1,2$$

(limite superior para fluxo, circuito candidato, para cada direção de fluxo, cenários de demanda de ponta)

$$f_{ks}^+ - f_{ks}^{\max} x_k \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2$$

$$f_{ks}^- - f_{ks}^{\max} x_k \leq 0, k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2$$

(limite inferior para fluxo, circuito candidato, para cada direção de fluxo, cenários de demanda de ponta)

$$f_{ks}^+ - \gamma_k \Delta \theta_k^+ \geq -M_k(1-x_k), k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2$$

$$f_{ks}^- - \gamma_k \Delta \theta_k^- \geq -M_k(1-x_k), k=(i,j), j \in \Omega_i^+, i \in N, s=1,2$$

(limite superior de geração hidro, todos os cenários)

$$g_{hj}^s \leq g_{shj}^{\max}, j \in \Gamma_i^s, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite superior de geração térmica, todos os cenários)

$$g_{ij}^s \leq g_{ij}^{\max}, j \in \Gamma_i^t, i \in N, s=1,2,3,4$$

(limite superior de corte de carga em cada barra, cenários de demanda de ponta)

$$r_i^s \leq d_i^s, i \in N, s=1,2$$

(ângulo nulo de barra de referência, cenários de demanda de ponta)

$$\theta_{ref}^s = 0, s=1,2$$

(ângulos nodais são livres, exceto referência, cenários de demanda de ponta)

$$\theta_i^s \text{ irrestrito}, i \in N, i \neq ref, s=1,2$$

(limite na geração em usina hidro nos cenários 1 e 3, ponta e fora da ponta, de estação úmida)

$$q^1 g_{hj}^1 + q^2 g_{hj}^2 \leq G_h^U, j \in \Gamma_i^h, i \in N$$

(limite na geração em usina hidro nos cenários 2 e 4, ponta e fora da ponta, de estação seca)

$$q^3 g_{hj}^3 + q^4 g_{hj}^4 \leq G_h^S, j \in \Gamma_i^h, i \in N$$

(integralidade de variáveis de investimento)

$$x \in \{0,1\}^m$$

Com esta simplificação, o processo de solução do modelo disjuntivo resultante (uma relaxação do modelo completo) torna-se computacionalmente mais barato, pois o número de variáveis e o número de restrições de operação do problema fica bem menor. Neste cenários a geração por usina hidro continua sendo computada, representando-se as restrições agregadas de balanço de potência de modo a se computar corretamente o custo operativo anual.

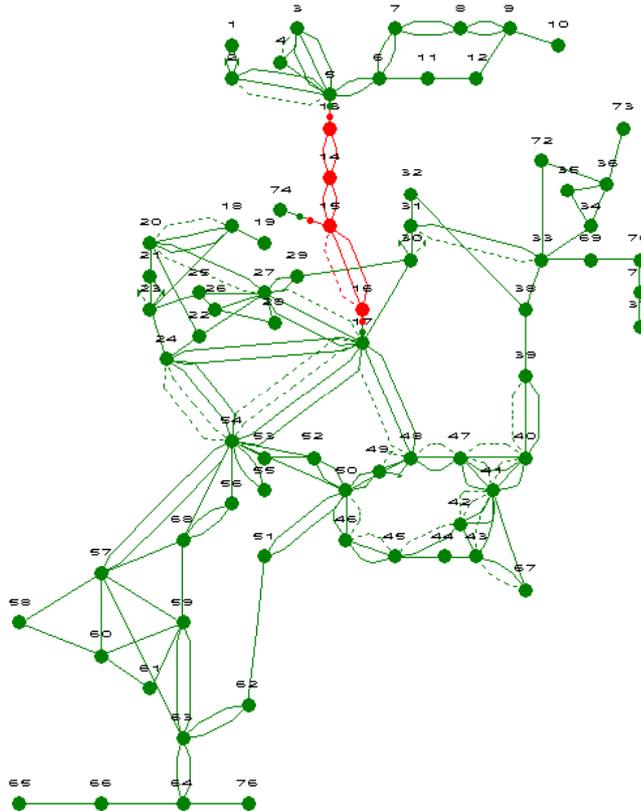
### 3. Algoritmo de solução

O modelo disjuntivo linear misto pode ser resolvido por algoritmos de Branch&Bound (B&B). Como o problema é de grande porte devido à representação das restrições operativas da rede nos diversos cenários, e pode ter muitas variáveis binárias (decisão de construir ou não circuitos candidatos), o esforço computacional da árvore de busca necessária para encontrar e provar a otimalidade da solução pode ser alto. A vantagem de resolver o problema na sua formulação disjuntiva deriva do fato que o maior custo computacional deve-se à sua natureza combinatória, enquanto que o tempo de solução do problema linear resolvido para cada nó da árvore de B&B é pouco relevante.

O pacote computacional XPRESS-MP usado neste trabalho permite escrever a formulação do problema em uma linguagem algébrica. A formulação é em seguida combinada com os dados do caso a ser resolvido pelo “solver” de B&B. O “solver” adiciona automaticamente ao problema cortes de viabilidade que agilizam o processo de busca, sendo ainda capaz de tratar problemas de grande porte.

#### 4. Caso exemplo

O modelo disjuntivo na sua forma simplificada será ilustrado com um caso real da rede Colombiana de alta tensão (230 e 500kV), composta de 87 barras e 181 circuitos (vide figura 1, circuitos de 230kV em verde e de 500kV em vermelho, ligando barras 13 a 16). Há 31 circuitos candidatos em 24 faixas de passagem, desenhadas em linha pontilhada na figura.



**Figura 1** – Rede Colombiana de alta tensão

O parque gerador tem 15 usinas hidro e 29 usinas térmicas. As metas de geração das usinas hidro nas estações seca (9 meses) e úmida (3 meses) foram produzidas com o modelo SDDP, que calcula a política operativa ótima com representação da rede via fluxo de potência linearizado (PSR, 1994). A demanda de ponta tem duração de 3.7% do ano. Usou-se a condição hidrológica mais crítica (menor potência disponível nas usinas hidro). Foi adotada a formulação simplificada por simplicidade. O problema linear misto após o pré-processamento do “solver” tem 1205 restrições e 1315 variáveis, sendo 31 binárias e as demais contínuas.

A solução ótima do problema adiciona um circuito 15/16 de 500kV e um circuito 48/49 de 230kV. As usinas hidro foram despachadas até seus limites máximos de geração nas estações úmida e seca, como pode ser visto na tabela 1.

**Tabela 1 – Despacho ótimo das usinas hidro (MW)**

#hidro	#barra	lim_úmido	despacho	lim_seco	despacho
101	27	447	447	394	394
102	29	63	63	122	122
104	60	54	54	58	58
105	28	176	176	160	160
107	17	638	638	742	742
109	57	41	41	31	31
1012	61	230	230	149	149
1013	18	336	336	432	432
1014	40	291	291	316	316
1015	62	431	431	317	317
1016	21	173	173	223	223
1017	22	17	17	36	36
1018	41	535	535	751	751
1029	1	39	39	20	20

As usinas térmicas foram despachadas para atender a demanda residual em cada cenário (veja tabela 2).

**Tabela 2 – Despacho ótimo das usinas térmicas (MW)**

#térmica	#barra	capacidade(MW)	úmida/ponta	úmida/fora ponta	seca/ponta	seca/fora ponta
201	8	272	272	272	272	272
202	1	153	0	153	0	153
203	3	222	199	222	217	222
204	3	39	0	39	0	39
205	14	102	56	102	84	102
206	8	24	24	24	24	24
207	2	8	0	8	0	8
208	2	9	0	9	0	9
209	1	77	77	77	77	77
2010	3	128	128	128	128	128
2011	3	85	0	85	0	85
2012	4	633	633	633	633	633
2017	48	389	389	389	389	389
2018	67	34	34	34	34	34
2019	51	34	34	34	34	34
2020	78	43	43	43	43	43
2021	30	170	170	170	170	170
2022	75	170	170	170	170	170
2023	31	136	136	136	136	136
2024	30	153	153	153	153	153
2025	57	42	42	42	42	42
2026	57	169	169	169	169	169
2027	57	111	111	111	111	111
2028	39	142	142	142	142	142
2029	34	130	130	130	130	130
2030	38	24	24	24	24	24
2031	32	89	89	89	89	89
2033	10	85	85	85	85	85
2034	24	120	120	120	120	120

Pode-se notar que todas as térmicas estão despachadas no limite em pelo menos um dos cenários, o que era de se esperar por elas complementarem a geração hídrica. Com a adição dos dois circuitos citados, a rede está dimensionada para atender as demandas em ambos os cenários de ponta.

A tabela 3 apresenta os fluxos nos circuitos nas estações úmida e seca para a condição de ponta (em negrito aqueles no limite).

**Tabela 3** – Fluxo na ponta nas estações úmida e seca (MW)

barra de	barra para	capacidade	estação úmida	estação seca	barra de	barra para	capacidade	estação úmida	estação seca
1	2	251	21.0	20.2	23	24	285	-42.2	93.4
2	5	196	-104.9	-103.1	23	25	285	4.3	82.5
2	5	196	-104.9	-103.1	58	60	289	83.5	112.9
3	4	<b>343</b>	<b>-343.0</b>	<b>-343.0</b>	59	61	326	-110.4	-75.5
4	5	343	290.3	290.3	60	61	326	-119.9	-74.3
3	5	251	102.4	102.4	59	60	326	-46.8	-48.5
5	6	161	-69.0	-63.2	57	58	289	-96.0	-114.5
6	7	207	-77.1	-74.6	57	60	289	-27.0	-5.4
7	8	173	-106.5	-105.5	54	55	302	4.4	12.8
8	9	123	35.7	36.5	35	36	279	8.3	8.0
11	12	154	-29.9	-28.4	34	36	279	66.0	68.2
6	11	251	-5.6	-3.0	36	73	343	0.0	0.0
9	10	314	-85.0	-85.0	33	38	271	-8.0	-7.2
46	50	329	-120.0	-136.1	31	33	220	99.8	110.5
45	46	329	-78.9	-93.1	32	38	195	74.4	82.1
42	45	329	-5.9	-17.5	40	41	302	35.7	182.6
44	45	329	-152.0	-168.7	41	47	302	26.9	7.3
43	44	329	-104.1	-118.5	49	50	302	-5.0	20.5
42	43	329	215.6	222.3	48	49	302	187.5	213.8
41	43	329	61.3	62.5	48	50	302	56.3	81.8
43	67	446	-37.4	-36.8	47	48	302	-142.3	-154.3
41	67	446	85.7	88.8	33	69	233	77.7	81.2
41	42	260	33.9	33.9	69	70	233	69.5	72.6
25	27	266	-168.6	-142.6	70	71	233	68.0	71.1
26	27	266	-159.8	-141.8	71	37	103	60.2	62.9
18	20	266	-10.3	89.3	33	34	162	11.0	16.1
22	20	266	32.5	-53.3	34	35	251	75.4	78.3
20	27	266	-244.9	-85.9	33	72	119	19.5	21.9
27	28	266	-46.4	-43.0	36	72	138	7.1	5.8
26	28	266	-119.0	-106.2	31	32	244	150.7	172.4
22	27	266	-144.3	-116.5	40	39	178	-31.1	-35.0
25	26	266	-176.4	-141.0	38	39	153	46.6	54.3
22	24	266	111.8	205.8	30	31	343	111.2	134.1
18	19	301	1.8	44.2	17	30	343	-23.0	-21.4
20	21	285	-21.9	12.7	17	48	190	155.2	190.0
21	23	285	71.0	142.3	17	24	255	126.8	89.0

barra de	barra para	capacidade	estação úmida	estação seca
24	54	216	108.7	180.8
17	27	298	120.8	-1.0
27	29	244	-61.0	-35.9
29	30	244	-58.4	-11.4
54	53	289	127.0	145.3
52	53	289	-19.3	-32.6
50	52	202	-8.7	-21.7
54	50	177	28.9	42.8
50	51	169	-73.7	-31.6
17	54	179	142.7	170.5
68	59	289	4.4	47.7
54	57	249	-7.0	16.6
54	68	174	-5.9	16.9
54	56	289	10.9	31.7
56	68	186	-10.6	12.4
57	68	289	41.4	-5.6
59	63	228	8.8	29.7
57	63	176	11.3	35.9
62	63	188	88.0	59.5
63	64	117	59.7	62.3
15	16	<b>175</b>	<b>175.0</b>	<b>175.0</b>
14	15	625	263.4	263.7
13	14	625	236.7	231.8
13	5	1350	-478.1	-468.2
16	17	1350	512.8	512.8
15	74	450	11.6	12.2
5	6	161	-69.0	-63.2
9	12	141	99.5	98.4
18	23	338	11.3	92.1
49	50	302	-5.0	20.5
48	49	326	187.5	213.8
30	75	343	16.2	20.2
17	78	273	149.7	187.4

barra de	barra para	capacidade	estação úmida	estação seca
17	75	343	-33.1	-22.5
75	78	253	119.9	145.3
48	78	253	-156.0	-187.6
27	29	244	-61.0	-35.9
50	52	202	-8.7	-21.7
54	52	289	54.6	69.7
51	62	253	-140.3	-77.5
56	77	235	-9.9	11.5
68	77	321	9.9	-11.5
59	63	228	8.8	29.7
57	59	362	21.5	60.5
21	80	338	9.9	-48.8
31	82	343	99.9	111.4
33	82	343	-81.9	-86.6
6	12	114	-20.2	-18.1
40	81	184	-33.7	-38.0
39	81	302	-16.2	-19.7
81	82	152	-49.9	-57.8
55	83	343	5.7	16.6
54	83	289	10.2	29.6
56	83	289	-13.1	-37.9
56	68	186	-10.6	12.4
74	79	124	0.0	0.0
19	80	338	-9.9	48.8
20	85	302	9.7	-82.5
18	85	302	-6.5	102.6
19	85	302	-3.2	-20.1
86	41	251	-251.0	-251.0
32	82	343	106.3	117.4
38	82	343	-24.4	-26.7
15	16	175	168.9	168.9
48	49	302	187.5	213.8

O circuito existente 3/4 tem fluxo no limite nas estações úmida e seca, assim como o circuito adicionado (e existente) 15/16. Cabe lembrar que devido ao despacho diferenciado, o fluxo de potência na ponta para a estação úmida é diferente daquele para a estação seca, de modo que a condição de carregamento da rede é distinta para cada estação. Houve inversão de fluxos de uma estação para outra em 17 ramos. Devido a estas situações, o planejamento da expansão tradicional requereria a análise de cada alternativa diante das distintas condições operativas, tornando o processo de tomada de decisão penoso e inadequado.

O tempo de solução foi de 5 segundos em um PC Pentium III de 800 MHz, sendo a otimalidade provada após 395 nós serem explorados. O “solver” gerou automaticamente 7 cortes de viabilidade para o problema.

## 5. Conclusões

O modelo proposto apresenta uma formulação disjuntiva capaz de tratar detalhadamente as distintas condições operativas da rede de um sistema hidrotérmico, requisito essencial para um correto dimensionamento dos reforços em redes malhadas cujos intercâmbios regionais podem variar sazonalmente e também ao longo da curva de carga. O problema linear misto resultante pode ser resolvido com pacotes comerciais de B&B.

Neste trabalho a formulação disjuntiva foi aplicada ao sistema hidrotérmico colombiano considerando condições operativas de demanda (ponta e fora da ponta) e de sazonalidade (estação úmida e seca).

A solução obtida ilustra a aplicabilidade do modelo a sistemas hidrotérmicos em que o total geração em cada usina hidro em cada estação deve respeitar uma meta, acoplando as restrições elétricas relativas às decisões operativas ao longo dos cenários.

O modelo disjuntivo decide a melhor alternativa de expansão considerando as condições operativas em todos os cenários, sem onerar significativamente o custo computacional do algoritmo de B&B usado para sua solução (como a complexidade do modelo se deve principalmente às variáveis inteiras, o esforço computacional adicional devido à representação dos diversos cenários não é fator impeditivo para sua aplicação a sistemas hidrotérmicos). Por meio da abordagem adotada, o planejamento da expansão da transmissão se adequa à oferta de geração previamente analisada pelo modelo de planejamento da operação energética do sistema hidrotérmico.

## Referências Bibliográficas

- (1) Granville, S. & Pereira, M. (1985). Analysis of the linearized power flow model in Benders decomposition. Relatório Técnico SOL 85-04, Universidade de Stanford.
- (2) Bahiense, L.; Oliveira, G.C.; Pereira, M. & Granville, S. (2001). A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Transactions on Power Systems*, **16**(3), 560-565, August.
- (3) Binato, S.; Pereira, M. & Granville, S. (2001). A new Benders decomposition approach to solve power transmission network design problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, **16**(2), 235-240, May.
- (4) Binato, S. & Oliveira, G.C. (2001). A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, **16**(2), 247-253, May.
- (5) Parker, B.; Tanabe, A. & Schilling, M. (1980). Accuracy of linearized power-flow simulation of the Brazilian network. Nota técnica 18/80, Eletrobrás.
- (6) Power Systems Research (1994). SDDP User's Manual, <http://www.psr-inc.com>.
- (7) Sharifnia, A. & Aashtiani, M. H. (1985). Transmission network planning: a method for synthesis of minimum cost secure networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-**104**(8), August.
- (8) Villasana, R. (1984). Transmission network planning using linear and linear mixed integer programming. Ressenlaer Polytechnic Institute.