

# Concrete compressive characteristic strength analysis of pile caps with three piles

## *Análise da resistência característica à compressão do concreto em blocos sobre três estacas*



T. E. T. BUTTIGNOL<sup>a</sup>  
butignol@hotmail.com

L. C. ALMEIDA<sup>b</sup>  
almeida@fec.unicamp.br

### Abstract

In this paper a numerical analysis of three-pile caps is developed to study the influence of concrete compressive characteristic strength in pile caps resistance capacity. A three-pile cap model derived from Miguel's [1] work was adopted. From this model, variations on the compressive characteristic strength were made in order to observe modifications in its structural behavior. The numerical analysis was developed with finite element software ATENA 3D [2]. The results demonstrated that an increase in the compressive characteristic strength was not followed by a significant increment in pile cap's strength, since models' ruin were due to concrete splitting (opening cracks parallel to principal compressive stresses as a result of perpendicular tension stresses within the structure) and ties steel bars yielding. In the models analyzed high-tension stresses were developed along the struts and at the bottom of the pile cap's section, demonstrating that pile cap's ultimate resistance is not influenced by the compressive strength.

**Keywords:** pile caps, finite elements, reinforced concrete, foundation.

### Resumo

Este trabalho tem por objetivo realizar uma análise numérica da influência da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) em blocos sobre três estacas. Para tanto, foi utilizado um modelo-padrão de bloco sobre três estacas originalmente desenvolvido por Miguel [1]. A partir deste modelo foram realizadas variações na resistência à compressão do concreto de modo a se observar modificações no comportamento estrutural do elemento. A análise numérica é desenvolvida por meio de programa de computador baseado no MEF. Os resultados demonstraram que o aumento do  $f_{ck}$  não provocou um aumento significativo da resistência do bloco, visto que a ruína dos modelos ocorreu devido ao fendilhamento (desenvolvimento de tensões de tração perpendiculares às bielas comprimidas) e escoamento da armadura dos tirantes. Nos modelos analisados desenvolveram-se tensões de tração elevadas ao longo das bielas e na seção inferior do bloco, demonstrando que a resistência última dos blocos não é função da resistência à compressão.

**Palavras-chave:** blocos de concreto, elementos finitos, concreto armado, fundação.

<sup>a</sup> Mestre em Estruturas pela Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas – butignol@hotmail.com  
Rua Capitão José de Sousa, 118 – Centro – Campinas-SP – Brasil

<sup>b</sup> Professor Doutor do Departamento de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Universidade Estadual de Campinas  
almeida@fec.unicamp.br – Campus Zeferino Vaz – Av. Albert Einstein, 951 – Campinas-SP – Brasil

## 1. Introdução

Os blocos sobre estacas são um importante elemento estrutural que tem por finalidade transmitir as forças atuantes da superestrutura para a infraestrutura. Segundo Fusco [3], o comportamento estrutural dos blocos sobre estacas deve ser tal que os mesmos sejam “suficientemente rígidos para que sua deformabilidade não afete as tensões atuantes na superestrutura, nem no próprio terreno da fundação”.

Nas últimas décadas, houve um grande avanço dos estudos nesta área, com o desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes para a descrição do comportamento estrutural e para o dimensionamento de blocos sobre estacas. A partir da década de 1980, o avanço dos programas de elementos finitos e da extensometria possibilitou um conhecimento mais profundo das forças atuantes no interior da estrutura dos blocos e, dessa forma, permitiu o desenvolvimento de modelos de cálculo menos conservadores e mais realistas. Atualmente, pode-se analisar o comportamento dos blocos em detalhes, com observação do fluxo de tensões atuantes nas bielas e nos tirantes, o panorama de fissuração, as deformações plásticas, dentre outros aspectos relevantes.

Os estudos nesta área tem comprovado que o modelo de bielas e tirantes é o que melhor representa o comportamento estrutural dos blocos sobre estacas. A teoria atual é fundada na teoria de bielas e tirantes e é resultado dos trabalhos pioneiros de Blévoit e Frémy [4], cujo eixo central foi a observação de que a ruína da maioria dos modelos de blocos sobre estacas ocorria por ruptura frágil através do fendilhamento do concreto.

As pesquisas de Adebar et al. [5] e de Miguel [1] comprovaram que a ruína dos blocos ocorre por fendilhamento em função da expansão das tensões de compressão (aumento da fissuração com ruptura do concreto) com posterior escoamento da armadura dos tirantes. Delalibera [6], a partir de análise estatística através da variância, determinou que as quatro principais variáveis que influem no comportamento do fluxo de tensões das bielas comprimidas e na capacidade portante dos blocos são as dimensões da seção transversal do pilar e da estaca, a excentricidade da ação vertical aplicada e a altura do bloco. Além disso, a partir de modelos experimentais e numéricos, [6] comprovou que o comportamento estrutural dos blocos é influenciado pela seção transversal do pilar e das estacas, pelo ângulo de inclinação das bielas, pela altura do bloco e pela existência de armadura complementar contra o fendilhamento.

Sobre o dimensionamento de blocos sobre estacas, a maioria das normas recomenda a utilização de modelos de vigas-parede, flexão ou treliça. No entanto, os blocos sobre estacas são estruturas de volume que apresentam zonas de descontinuidades devido a não dissipação das perturbações localizadas, às quais não se aplica a hipótese de Bernoulli de que seções planas permanecem planas, mas sim o Princípio de Saint Venant. Nos blocos as tensões não são uniformes devido à concentração de tensões nas regiões nodais superior e inferiores, o que gera uma zona de descontinuidade (região D) em todo o elemento estrutural. De acordo com Fusco [3], o método das bielas e tirantes deve ser adotado para “o tratamento elementar da distribuição das tensões nas zonas de regularização” em elementos estruturais submetidos ao Princípio de Saint Venant. Dessa forma, as teorias de vigas e modelos lineares não reproduzem corretamente o comportamento dos blocos sobre estacas sob a ação de forças externas.

Su e Chandler [7] observaram a falta de um modelo de dimen-

sionamento padrão definido. Os autores afirmam que, nas duas últimas décadas, o modelo de bielas e tirantes tem sido um dos métodos mais populares e racionais de análise de estruturas não submetidas à flexão. E que as principais diretrizes de cálculo foram fornecidas por normas de diversos países tais quais a canadense [8], a australiana [9], a neo-zeolandeza [10] e o código internacional CEB-FIP. No código CEB-FIP:1973 [11] são descritos procedimentos para dimensionamento de blocos sobre estacas. No *fib-Model:2010* [12] são definidas as regras para o dimensionamento de estruturas ou elementos com zonas de descontinuidades a partir da utilização de modelos de bielas e tirantes.

Mas, a despeito disso, cada uma das normas listadas acima possui os seus próprios fatores de segurança em relação às ações e aos materiais, além de diferentes metodologias de dimensionamento. Vale lembrar que a ABNT NBR 6118:2007 [13] apenas faz menção pela preferência do modelo tridimensional de bielas e tirantes em relação aos modelos lineares e não tridimensionais. Os modelos mais empregados de dimensionamento no Brasil, de acordo com Ramos [14], são os de biela-tirante e o CEB-FIP.

Clarke [15] observou que a ancoragem das barras dos tirantes foi influenciada positivamente pela ação confinante das bielas, o que dispensaria a necessidade de utilização de ganchos. Os estudos realizados por Rausch et al. [16], Miguel [1] e Delalibera [6] demonstraram que a força atuante no tirante não é constante, apresentando grande redução na região nodal inferior. E a deformação na extremidade do tirante é próxima de zero. Buttignol [17] demonstrou, através de análise numérica em blocos sobre duas e três estacas, que as tensões na armadura principal dos tirantes não são constantes ao longo das barras de aço e que na extremidade das barras de aço, as tensões são de baixa intensidade, dispensando a necessidade de utilização ganchos de ancoragem. Acrescente-se que a aderência não é um fator determinante para a resistência última dos blocos, visto que o escorregamento da armadura ocorre após a ruptura do bloco. Os resultados experimentais de [15] mostraram que o escorregamento das barras de aço sem ganchos e com mossas se deu somente após a ruptura da biela. Já a armadura de fendilhamento contribui para o aumento da força última resistida pelos blocos e para o controle de fissuração. Buttignol [17] analisou modelos numéricos com armadura de fendilhamento (barras de aço dispostas perpendicularmente às bielas com a função de absorver as tensões de tração e resistir ao fendilhamento do concreto) proposta por [6], demonstrando o aumento de resistência do bloco, que apresentou deformações intensas na seção que atravessa as bielas, resultado da atuação de forças de tração no local.

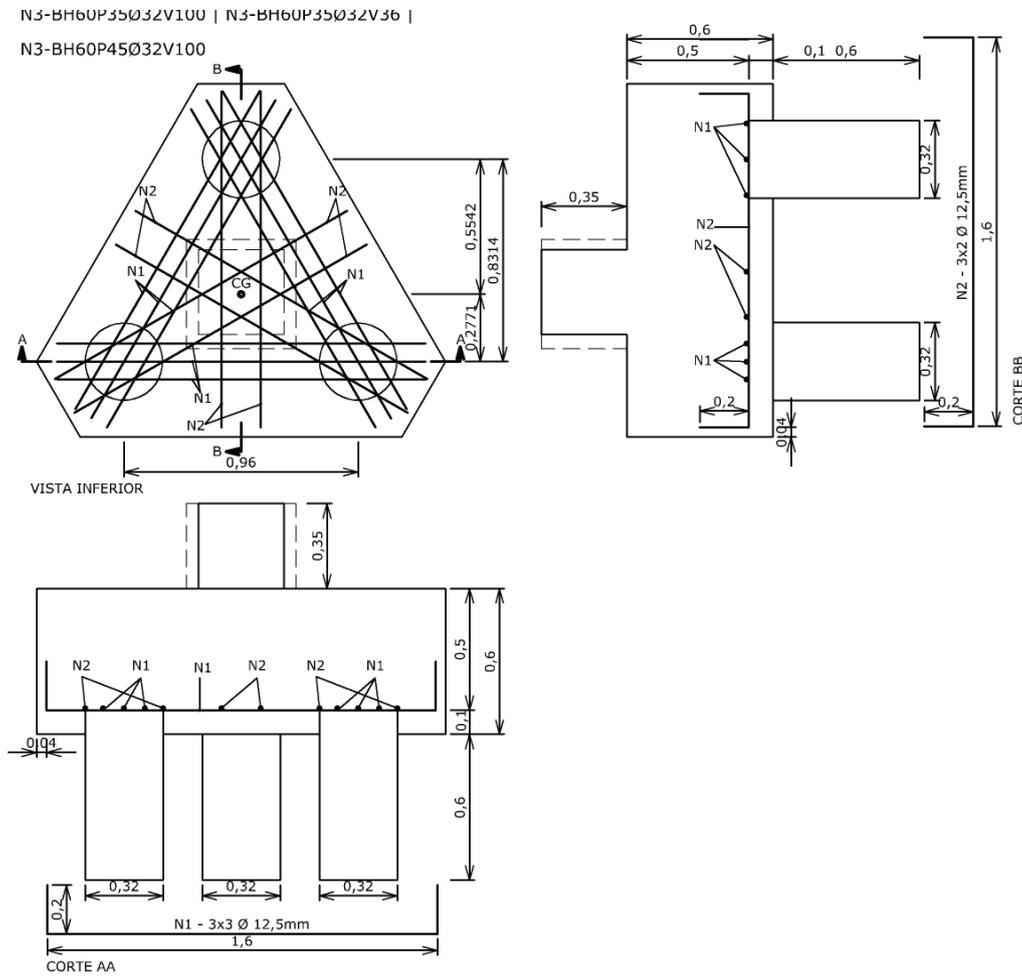
### 1.1 Justificativa

Apesar dos avanços obtidos nas pesquisas nas últimas décadas, resta uma análise mais profunda sobre a influência da resistência característica à compressão do concreto no comportamento estrutural de blocos sobre estacas. Há poucas referências sobre este assunto que se concentram em análises de vigas.

Segundo Delalibera [6], o aumento da rigidez dos blocos provoca maior capacidade resistente do mesmo. E a ruptura para blocos rígidos se dá por fendilhamento seguido do esmagamento das bielas. Dessa forma, é preferível aumentar a altura do bloco a mudar a resistência à compressão do concreto.

Através de modelagens numéricas de blocos sobre três estacas uti-

Figura 1 – Detalhamento da armadura do bloco sobre estacas



lizando o programa computacional ATENA 3D, é demonstrado que a variação da resistência à compressão do concreto não resulta em nenhum ganho significativo de resistência para o bloco. Além disso, foi observada a atuação de forças de tração elevadas ao longo das bielas e nas regiões nodais.

Este resultado chama a atenção para o fato de que caso seja necessário aumentar a resistência última dos blocos, o simples aumento do  $f_{ck}$  não resultará em nenhum benefício consistente. O aumento da capacidade portante deverá passar então, por exemplo, por alguma das hipóteses levantadas por [6] e citadas anteriormente.

Por tudo isso, este trabalho tem o mérito de iluminar um ponto fundamental do comportamento estrutural de blocos sobre estacas que deve ser obrigatoriamente levado em consideração por projetistas no momento do dimensionamento e por construtores no momento da execução.

## 2. Método de análise

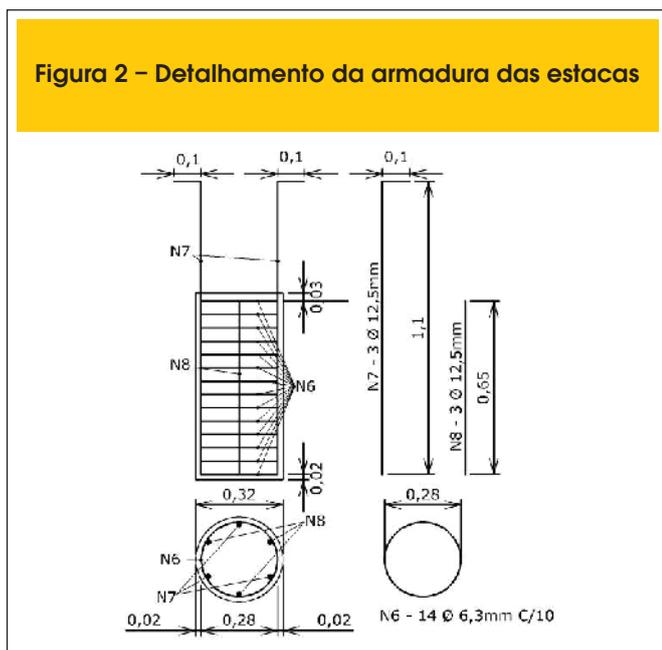
A análise foi realizada através de modelagem numérica de três

blocos de concreto armado sobre três estacas com armadura complementar diagonal passando pela projeção do pilar. Os blocos sobre estacas analisados são provenientes do trabalho de [1]. Foram mantidas as configurações geométricas e de armadura originais, além das características dos materiais, variando-se tão-somente a resistência característica à compressão do concreto. Ao todo, foram modelados três blocos sobre estacas com diferentes valores de  $f_{ck}$ , como mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Modelos numéricos analisados

Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Bloco com $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$	Bloco com $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$	Bloco com $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$

Figura 2 – Detalhamento da armadura das estacas

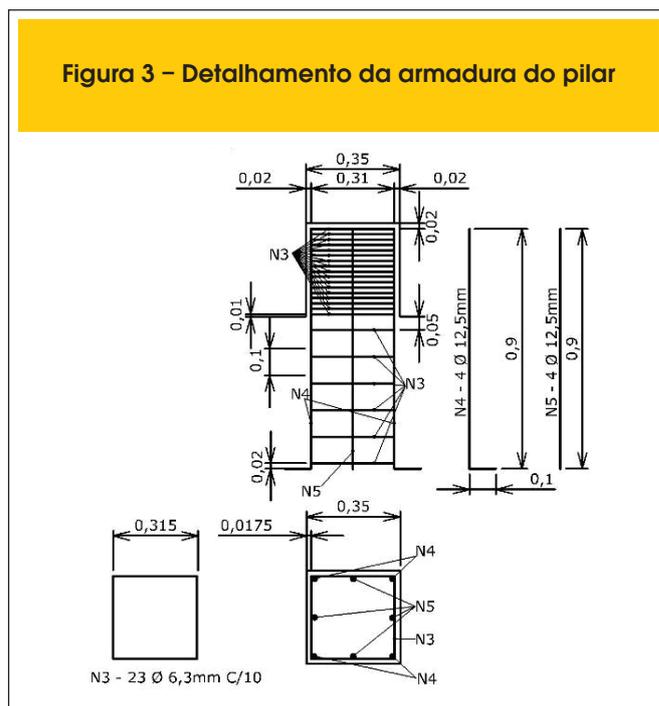


### 2.1 Modelo geométrico e disposição das armaduras

Os blocos apresentam formato prismático com altura de 60 cm. Os pilares são retangulares com altura de 35 cm e dimensões de 25 cm x 25 cm. As estacas são cilíndricas com diâmetro de 32 cm e altura de 60 cm.

A armadura dos blocos é constituída por tirantes principais (barras de aço com ganchos de ancoragem dispostas sobre a cabeça das estacas e paralelamente aos lados do bloco) e armadura complementar passando pela projeção do pilar, como mostram as Figuras

Figura 3 – Detalhamento da armadura do pilar



1 e 2. A armadura do pilar é formada por oito barras de aço de diâmetros iguais a 12,50mm e estribos com diâmetros iguais a 6,30mm, espaçados a cada 10,0 cm, como mostra a Figura 3.

### 2.2 Programa computacional

A análise numérica foi realizada com o auxílio do programa computacional ATENA 3D [2], cuja arquitetura básica de funcionamento é baseada na teoria de elementos finitos e na análise não-linear tridimensional de estruturas de concreto armado. A força máxima atuante é definida pela integral no tempo de incrementos de forças, com aplicação dos Métodos Newton-Rhapson ou Arc-Length. Para a determinação do comportamento estrutural da peça deformada são utilizadas as formulações de Lagrange ou de Euler. A análise computacional é dividida em três partes principais, o pré-processamento, o processamento e o pós-processamento. No pré-processamento, são definidos o modelo geométrico da estrutura, os tipos de armadura, os apoios, as ações externas, a malha de elementos finitos, os pontos de monitoração e o método de análise (Newton-Rhapson ou Arc-Length). No processamento é realizada a análise computacional e o acompanhamento das ações (incrementos de forças) e reações (deformações e fissuração) na estrutura. No pós-processamento, é realizada a análise dos resultados obtidos com o auxílio de elementos gráficos que mostram o comportamento da estrutura sob diversos ângulos e situações.

### 2.3 Especificação dos materiais

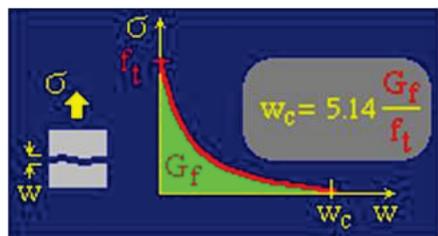
Para o concreto, foi utilizado um material com comportamento elasto-plástico não-linear com as características apresentadas na Tabela 2.

O comportamento do concreto, no regime elástico, segue a Lei de Hooke que estabelece relações lineares entre as componentes do

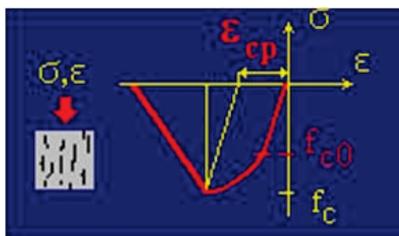
Tabela 2 – Propriedades do concreto

Propriedades	Bloco sobre estacas	Estacas e pilares
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,2	0,2
Energia específica de fratura ( $G_f$ )	70,18 J/m <sup>2</sup>	120,5 J/m <sup>2</sup>
Módulo de elasticidade ( $E_c$ )	34,03 GPa	43,69 GPa
Resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ )	30 MPa (Modelo 1) 35 MPa (Modelo 2) 40 MPa (Modelo 3)	76,50 MPa
Resistência última à tração do concreto ( $f_{tk}$ )	2,58 MPa (Modelo 1) 2,86 MPa (Modelo 2) 3,13 MPa (Modelo 3)	4,82 MPa

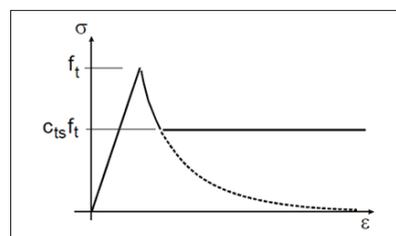
Figura 4 – Leis constitutivas do concreto



A Curva tensão versus abertura de fissuras (ATENA)



B Deformação plástica (ATENA)



C Curva de enrijecimento e amolecimento do concreto (2)

Estado de Tensão e do Estado de Deformação.

Já no regime de tensão pós-fissuração, o plano de ruptura da estrutura é determinado pelos critérios de plasticidade (compressão) de Drucker-Prager e de ruptura (tração) de Rankine.

A Energia Específica de Fratura ( $G_f$ ), determinada a partir da Equação 1, foi proposta originalmente por Irwin [18] e corresponde à taxa de alívio da energia potencial armazenada no sistema por unidade de área. Atualmente, ela é um parâmetro essencial para a simulação numérica de estruturas de concreto, permitindo o desenvolvimento de formas mais sofisticadas de modelagem. O seu

valor corresponde à área interna do gráfico tensão versus abertura de fissuras mostrado na Figura 4a.

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t} \tag{1}$$

O programa também considera o efeito da deformação plástica do concreto, mostrada na Figura 4b, e o efeito de enrijecimento ou *tension stiffening* que é o valor limite da tensão à tração do concreto que

Tabela 3 – Propriedades da armadura

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	Módulo de elasticidade ( $E_s$ )	Resistência característica de escoamento ( $f_{yk}$ )	Escoamento da armadura ( $\epsilon_{yd}$ )	Deformação última ( $\epsilon_{lim}$ )
0,3	210 GPa	591 MPa	0,207%	1%

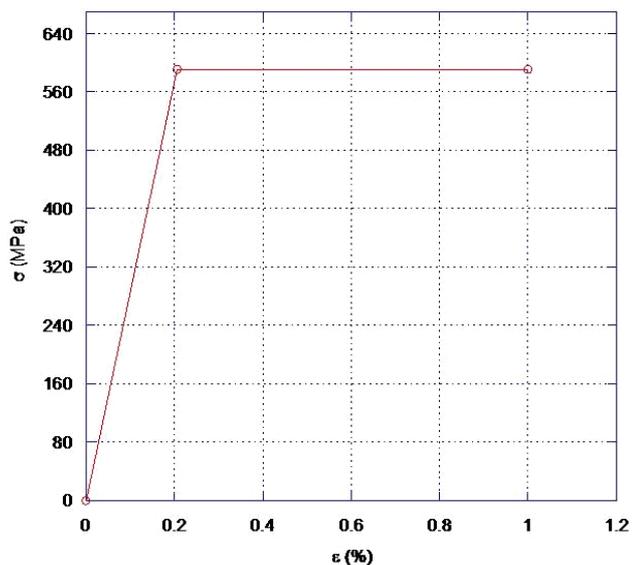
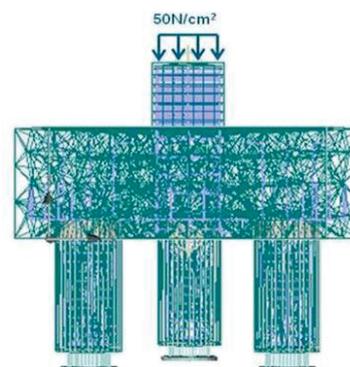


Tabela 4 – Propriedades das chapas de aço

Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	Módulo de elasticidade ( $E_s$ )	Resistência característica de escoamento ( $f_{yk}$ )
0,3	210 GPa	591 MPa

Figura 5 – Detalhe da malha de elementos finitos, dos apoios e da força aplicada (ATENA)



**Tabela 5 – Propriedades do elemento de contato**

Elemento de contato	Valores
Rigidez normal ( $K_{nn}$ )	$2,0 \cdot 10^5 \text{ kN/m}^3$
Rigidez tangencial ( $K_{tt}$ )	$2,0 \cdot 10^5 \text{ kN/m}^3$
Coesão	0,0
Coefficiente de fricção	0,0
Resistência última à tração do concreto ( $f_{tk}$ )	3,2 MPa

contribui para evitar a propagação de fissuras, aumentando a rigidez da estrutura. O seu valor é definido a partir da determinação do fator de enrijecimento ou *tension stiffening factor* ( $c_{ts}$ ), mostrado na Figura 4c. Para as barras de aço, foi utilizado um material com comportamento elásto-plástico perfeito, com as propriedades descritas na Tabela 3. O critério de escoamento do aço é baseado nas definições de von Mises.

Para as chapas de aço dos apoios da base das estacas e da cabeça do pilar foi considerado um material elástico isotrópico especificado na Tabela 4.

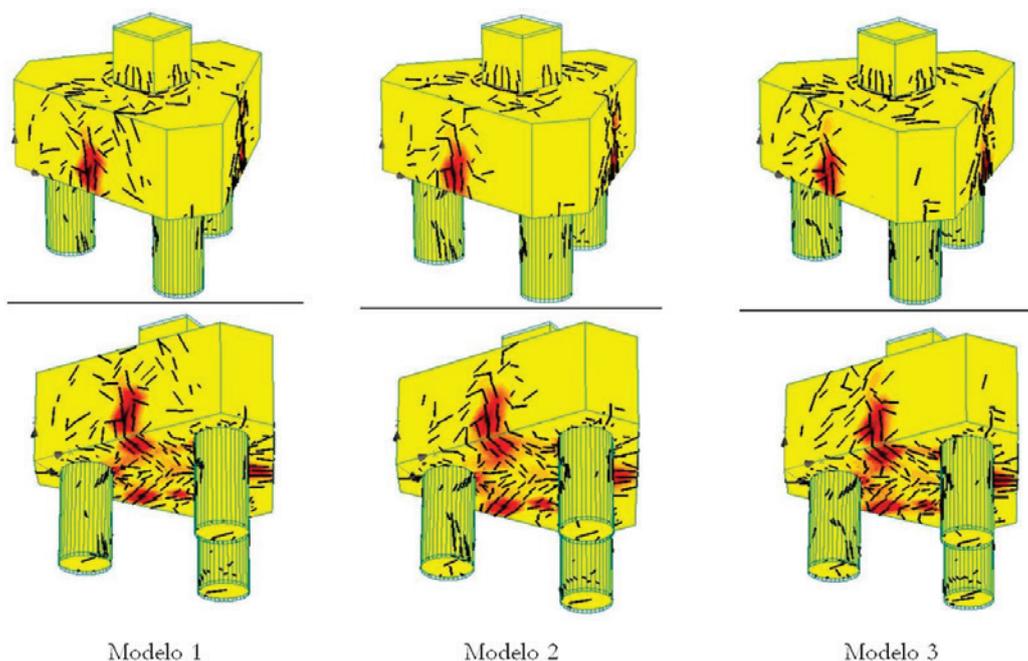
#### 2.4 Método de análise

No método de análise, foi utilizado o critério de Newton-Rhapson, com força uniformemente distribuída no topo do pilar e incrementos de força de  $50 \text{ N/cm}^2$ . Foi adotada uma malha de elementos finitos tetraédrica, como mostrada na Figura 5, pois o bloco possui estacas de formato cilíndrico e o programa ATENA gera malhas hexaédricas somente para elementos prismáticos.

Os pontos de monitoração para o carregamento e o deslocamento da estrutura foram fixados respectivamente no centro da seção superior do pilar e no centro da seção inferior do bloco.

As estacas sofreram restrição ao movimento vertical em toda a seção transversal inferior como mostra a Figura 5. Nas faces de contato do bloco com as estacas e com pilar foram adotados elementos de interface 3D baseados nos critérios de Mohr-Coulomb, com as propriedades da Tabela 5.

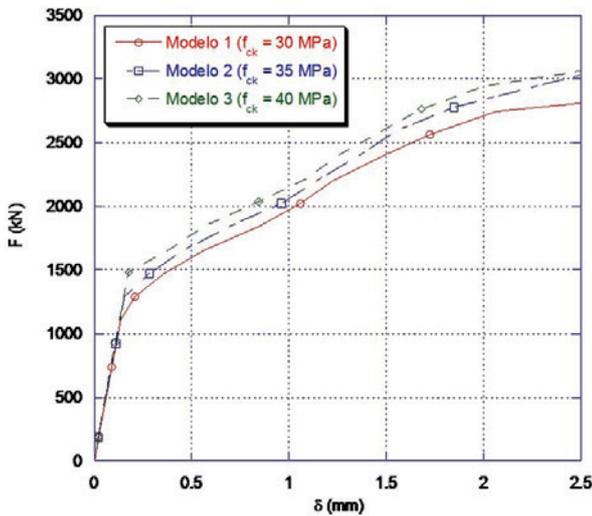
**Figura 6 – Panorama de fissuração dos modelos numéricos na força última (ATENA)**



**Tabela 6 – Variação da força última ( $\Delta f_{ck}$ ) em relação à resistência à compressão do concreto**

	$f_{ck}$	$\Delta f_{ck}$	$f_{tk}$	$\Delta f_{tk}$ (%)	$F_u$ (Força última)	$\Delta F_u$
Modelo 1	30 MPa	-	2,58	-	2.756 kN	-
Modelo 2	35 MPa	+16,66%	2,83	+9,69	2.940 kN	+6,68%
Modelo 3	40 MPa	+14,28%	3,13	+10,60	3.123 kN	+6,22%

Figura 7 – Gráfico força versus deslocamento dos blocos sobre estacas



### 3. Resultados obtidos

#### 3.1 Rigidez e capacidade portante

Nos três modelos analisados houve intensa fissuração do bloco na seção inferior e nas faces laterais entre as bielas, como mostra a Figura 6. Além disso, ocorreu ruína frágil devido ao esmagamento do concreto nas regiões nodais inferiores e fendilhamento do bloco, com o escoamento da armadura dos tirantes.

Tabela 7 – Valores de abertura de fissuras

Intensidade da força (kN)		F=920	F=1.840	F=2.750
Abertura máxima de fissuras nas faces do bloco (mm)	Modelo 1	0,022	1,52	3,88
	Modelo 2	0,019	1,27	3,33
	Modelo 3	0,015	0,97	3,20

A força última resistida pelos blocos, como apresentada na Tabela 6, foi muito próxima nos três modelos, demonstrando que o aumento da resistência característica à compressão e à tração do concreto não exerceu uma influência significativa na capacidade portante do bloco. Cabe destacar que o aumento de 33,33% da resistência à compressão do concreto (de 30 MPa para 40 MPa) e de 21,32% da resistência à tração do concreto (de 2,58 MPa para 3,13 MPa), ocasionou um aumento percentual de somente 13,32% na força última resistida pelo bloco, que passou de 2.756 kN para 3.123 kN. Na Tabela 6 é apresentada a correlação entre a variação do  $f_{ck}$  em relação à variação da força última do bloco.

Na figura 7 é apresentada a curva força versus deslocamento em que é possível notar a grande similaridade de comportamento entre os três modelos, não sendo observada variação na rigidez dos blocos. A força foi obtida no topo do pilar e o deslocamento foi medido no meio do vão do bloco, na sua face inferior.

#### 3.2 Panorama de fissuração

Nos três modelos, as primeiras fissuras superficiais surgiram na região central da seção inferior do bloco, com expansão pelo meio do vão entre as estacas em direção à face superior do bloco. Na força última, houve intensa fissuração na seção inferior dos blocos e nas faces laterais, como mostra a Figura 6.

O aumento da resistência característica à compressão do concreto provocou uma redução na intensidade de fissuração, como demonstrado a Tabela 7, em função do aumento da resistência à tração do concreto ( $f_{tk}$ ). É importante lembrar que o processo de fissuração se inicia na região em que a estrutura atinge a tensão última de tração, onde ocorre um processo de microfissuração com diminuição das tensões até o material atingir a abertura de fissuras crítica ( $w_c$ ) – Figura 4a –, momento em que ocorre a completa separação entre as faces. Assim, quanto maior a resistência à tração do concreto, maior será a resistência do bloco à fissuração.

Posto isso, a partir da Tabela 8, pode-se observar uma correlação entre a redução percentual da intensidade de fissuração do bloco com o aumento da resistência à tração do concreto. Do modelo 1 ao modelo 3, houve um aumento da resistência à tração de 21,32% (de 2,58 MPa para 3,13 MPa) e uma redução da intensidade da abertura de fissuras da ordem de 30%.

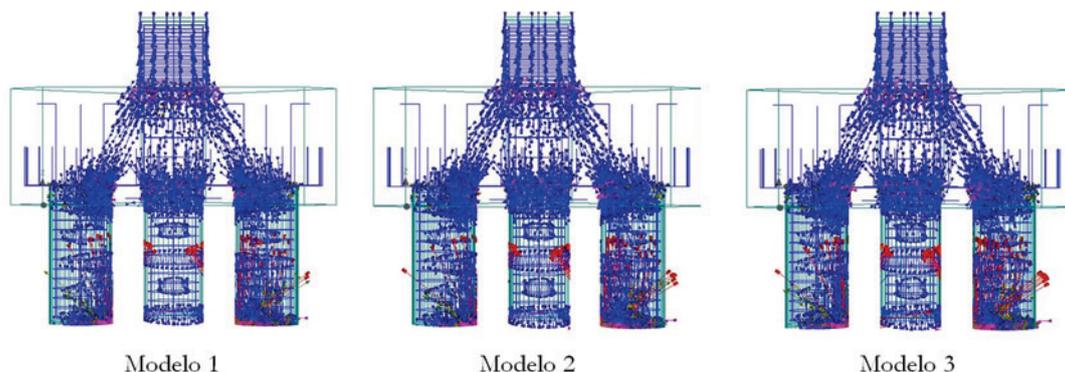
#### 3.3 Tensões atuantes nas bielas comprimidas

Em todos os blocos analisados houve a formação de bielas comprimidas, com o fluxo de tensões distribuindo-se igualmente para as três estacas a partir da seção transversal inferior do pilar, como mostra a Figura 8.

Tabela 8 – Variação da abertura de fissuras ( $\Delta\omega$ ) em função da resistência à tração do concreto

		$f_{tk}$	$\Delta f_{tk}$	F=920	F=1.840	F=2.750
Variação da abertura de fissuras (%)	Modelo 1	2,58 MPa	-	-	-	-
	Modelo 2	2,83 MPa	+9,69%	-13,63%	-16,45%	-14,17%
	Modelo 3	3,13 MPa	+10,60%	-21,05%	-23,62%	-4,00%

Figura 8 – Fluxo de tensões principais de compressão (ATENA)

Tabela 9 – Variação das tensões nas bielas comprimidas ( $\Delta\sigma_c$ ) em função do  $f_{ck}$ 

	Bloco sobre estacas	$f_{ck}$	$\Delta f_{ck}$	Tensão nas bielas ( $\sigma_c$ )	$\Delta\sigma_c$
Variação da tensão de compressão nas bielas	Modelo 1	30 MPa	-	21 MPa	-
	Modelo 2	35 MPa	16,66%	25 MPa	19,05%
	Modelo 3	40 MPa	14,28%	29 MPa	16,00%

Nos três modelos houve concentração de tensões na região da estaca mais próxima do pilar, comprovando a afirmação de Delalibera [6] de que, nas regiões nodais inferiores, a distribuição de tensões das bielas comprimidas para a cabeça das estacas não é uniforme.

O aumento da resistência característica à compressão do concreto provocou um aumento proporcional na intensidade das tensões de compressão atuantes nas bielas, como demonstra a Tabela 9. O aumento da resistência à compressão do concreto de 30 MPa para 40 MPa (+33,33%) levou a um aumento percentual de 38,09% nas tensões atuantes nas bielas. No entanto, como se pode notar na Figura 8, não houve uma alteração perceptível no fluxo de tensões atuantes nos blocos.

Já nas regiões nodais, nos três modelos, as tensões nas regiões nodais inferiores ultrapassaram a resistência característica à com-

pressão, indicando a ocorrência de ruptura do concreto, como mostra a Tabela 10.

Também houve desenvolvimento de tensões de tração nas regiões nodais e nas bielas que atingiram valores superiores à resistência característica à tração do concreto, como mostrado na Tabela 11, comprovando o fendilhamento do bloco.

### 3.4 Tensões atuantes nos tirantes

As barras de aço dos tirantes atingiram o escoamento na força última nos três modelos analisados.

Além disso, houve redução abrupta das tensões de tração dos tirantes nas regiões nodais inferiores devido à ação favorável das tensões de compressão das bielas sobre as barras de aço. A partir das Figuras 9, 10 e 11, pode-se observar que, no vão entre as estacas, as tensões de tração nas barras de aço dos tirantes são praticamente constantes com valores da ordem de 590 MPa. No entanto, a partir do início da zona nodal inferior, as tensões sofreram grande redução, chegando nas extremidades das barras de aço e nos ganchos com valores muito baixos, da ordem de 5

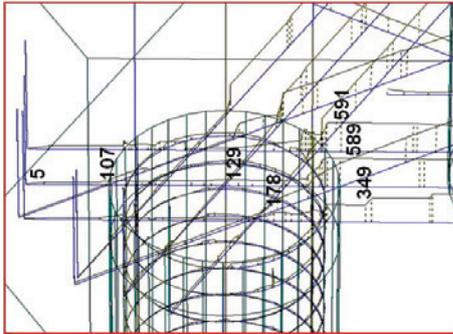
Tabela 10 – Tensões de compressão nas regiões nodais na força última

	Bloco sobre estacas	Região nodal inferior	Região nodal superior
Tensão de compressão (MPa)	Modelo 1	> 30	24
	Modelo 2	> 35	28
	Modelo 3	> 40	30

Tabela 11 – Tensões de tração atuantes no bloco na força última

Tensões de tração (MPa)	Modelo 1	> 2,58
	Modelo 2	> 2,86
	Modelo 3	> 3,13

**Figura 9 – Tensões de tração nos tirantes na região de ancoragem do Modelo 1 (ATENA), onde estão destacados os valores da tensão em pontos dos tirantes (valores em MPa)**



MPa. Isto comprova não-necessidade de utilização de ganchos de ancoragem para blocos sobre estacas, visto que a ancoragem é realizada praticamente toda sobre as estacas em função da tensão de compressão das bielas.

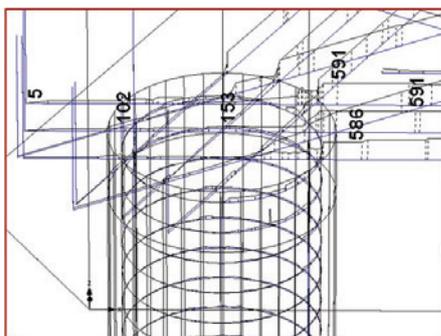
O aumento da resistência à compressão do concreto não provocou alteração das tensões de tração atuantes nos tirantes nas regiões nodais inferiores e nas extremidades dos tirantes, como se pode observar nas Figuras 9, 10 e 11.

#### 4. Conclusões

A variação da resistência característica à compressão do concreto não provocou uma variação significativa na capacidade portante e no comportamento estrutural dos blocos, não havendo alteração no grau de rigidez dos blocos.

Nos três modelos analisados, houve ruína frágil por meio do esmagamento do concreto nas regiões nodais inferiores e fendilhamento do bloco, com escoamento da armadura dos tirantes.

**Figura 10 – Detalhe da variação das tensões de tração nos tirantes na região de ancoragem do Modelo 2 (ATENA), onde estão destacados os valores da tensão em pontos dos tirantes (valores em MPa)**



Apesar de ter sido observado um pequeno aumento da força última do bloco em função do aumento da resistência característica à compressão do concreto, a ação de tensões de tração elevadas ao longo das bielas e das regiões nodais foi determinante para a ruína dos modelos.

Não ocorreram variações perceptíveis no panorama de fissuração dos modelos analisados. No entanto, houve uma redução percentualmente maior na intensidade da abertura de fissuras dos blocos em relação ao aumento da resistência à tração do concreto.

Nos três modelos houve concentração de tensões de compressão na região da estaca mais próxima do pilar. O aumento do  $f_{ck}$  levou a um aumento proporcional das tensões atuantes nas bielas comprimidas.

As barras de aço dos tirantes atingiram o limite de escoamento. Em todos os blocos, houve significativa redução das tensões dos tirantes nas regiões nodais inferiores devido à ação favorável das tensões de compressão das bielas. Nas extremidades das barras de aço e nos ganchos, as tensões foram praticamente nulas, o que comprova a não-necessidade de utilização de ganchos de ancoragem para blocos sobre estacas.

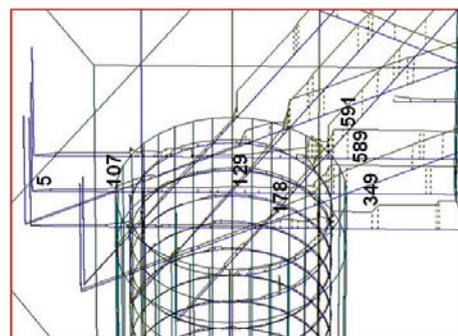
#### 5. Agradecimentos

Um agradecimento à FEC-UNICAMP pela disponibilização de todas as ferramentas necessárias para a realização deste trabalho de pesquisa que resultou também em uma participação e apresentação no 53º Congresso Brasileiro do Concreto sobre o tema com a publicação de um artigo nos Anais do Congresso.

#### 6. Referências bibliográficas

- [01] MIGUEL, G. M. Numerical and experimental analysis of three-pile caps. Thesis (Doctorate). School of Engineering of São Carlos, São Paulo University, São Carlos, 2000 (in Portuguese).
- [02] CERVENKA, V.; JENDELE, L. e CERVENKA, J. ATENA Program Documentation—Part 1: Theory. Praha, Czech Republic, 2005.

**Figura 11 – Tensões de tração nos tirantes na região de ancoragem do Modelo 3 (ATENA), onde estão destacados os valores da tensão em pontos dos tirantes (valores em MPa)**



- [03] FUSCO, P. B. Methods for concrete structures reinforcement. Pini Ltda. Publishing House, São Paulo, 1994 (in Portuguese).
- [04] BLÉVOT, J. L.; FRÉMY, R. Semelles sur Pieux. Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, V. 20, No. 230, pp. 223-295, 1967.
- [05] ADEBAR et al. Strut-and-tie models for design of pile caps: an experimental study. ACI Journal, v. 87, pp. 81-91, Jan-Febr, 1990.
- [06] DELALIBERA, R. G. Numerical and experimental analysis of two-pile caps submitted to axial and eccentric load. . Thesis (Doctorate). School of Engineering of São Carlos, São Paulo University, São Carlos, 2006 (in Portuguese).
- [07] SU R. K. L.; CHANDLER A. M. Design criteria for Unified Strut and Tie Models. Progress in Structural Engineering and Materials, V.3, No. 3, pp 288-298, October 2001.
- [08] CSA. 1994. Design of concrete structures. Standard CSA-A23.3- 94. Canadian Standard Association, Rexdale, Ont.
- [09] AUSTRALIAN STANDARD. AS 3600 – Concrete structures. Standards Australia International, 2002.
- [10] NZS 3101: Part 1: 1995 (1995), Concrete Structures Standard - The Design of Concrete Structures. Standards New Zealand, Wellington.
- [11] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1970. Recommandations particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fondation. Bulletin D'Information, Paris, n.73.
- [12] FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. *fib* Model Code 2010 – Final draft. V. 2, fib n°. 66, pp. 370, 2012.
- [13] BRAZILIAN ASSOCIATION STANDARDS. NBR 6118:2007 – Design of concrete structures. Rio de Janeiro, 2004 (in Portuguese).
- [14] RAMOS, F. A. C. Numerical analysis of tem-pile caps: Supports reactions calculation. São Carlos. Dissertation (Master) - School of Engineering of São Carlos, São Paulo University, 2007 (in Portuguese).
- [15] CLARKE, J. L. Behavior and design of pile caps with four piles. Cement and Concrete Association, London, Technical Report n.42.489, 1973.
- [16] RAUSH, A; D'ASCENSO, N; GOLDSCHMIDT, P; NATALINI, M. Analisis Experimental sobre Cabezales de Pilotes Sometidos a Cargas Verticales. XXVIII Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, V.01, p. 309-318, São Carlos, 1997.
- [17] BUTTIGNOL, T. E. T. Computational analysis of pile caps. Dissertation (Master) – Faculty of Civil Engineering, Architecture and Urbanism, State University of Campinas, 2011 (in Portuguese).
- [18] IRWIN G. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics 24, 361–364, 1957.