

# Universidade Pública Deve Ser Grátis Para Quem Pode Pagar?

Eduardo M. Azevedo\*, Pablo Salgado†

**Contents:** 1. Introdução; 2. Modelo Básico; 3. Cobrando pela Educação Pública; 4. Conclusão; A. Apêndice.

**Palavras-chave:** Educação Superior, Finanças Públicas.

**Códigos JEL:** I22, I23, I24.

O governo brasileiro oferece anualmente mais de um milhão de vagas em universidades públicas e gratuitas. Entretanto, a educação superior no Brasil é altamente progressiva. Neste artigo estudamos como a cobrança pela educação pública de alunos com elevada renda altera o equilíbrio no mercado de educação superior. Tal taxa encoraja alunos mais ricos a buscar a educação particular e aumenta o acesso de alunos carentes às universidades públicas. Mostramos que uma pequena taxa cobrada gera ganhos de bem-estar com uma cota inferior de cerca de R\$100.000 por aluno carente extra atendido pelo sistema público.

*The Brazilian government offers over one million slots per year in free public universities. Nevertheless, higher education in Brazil is highly progressive. We analyze how the introduction of a tuition fee in public universities, levied upon those families that can afford it, alters the equilibrium in the higher education market. Such a tariff provides incentives for rich families to seek private education and facilitates the access of poor students to public universities. A small tuition fee generates social gains of at least R\$100.000 (around five times per capita GDP) for every additional poor student that receives a public education.*

## 1. INTRODUÇÃO

A educação superior no Brasil é extremamente progressiva. Um brasileiro no 80º percentil da distribuição de renda tem seis vezes mais chances de cursar a universidade do que um brasileiro no 20º percentil da distribuição de renda (Figura 1). Isso acontece apesar de o governo intervir na educação oferecendo mais de um milhão de vagas por ano em universidades públicas e gratuitas. Mais curioso é

---

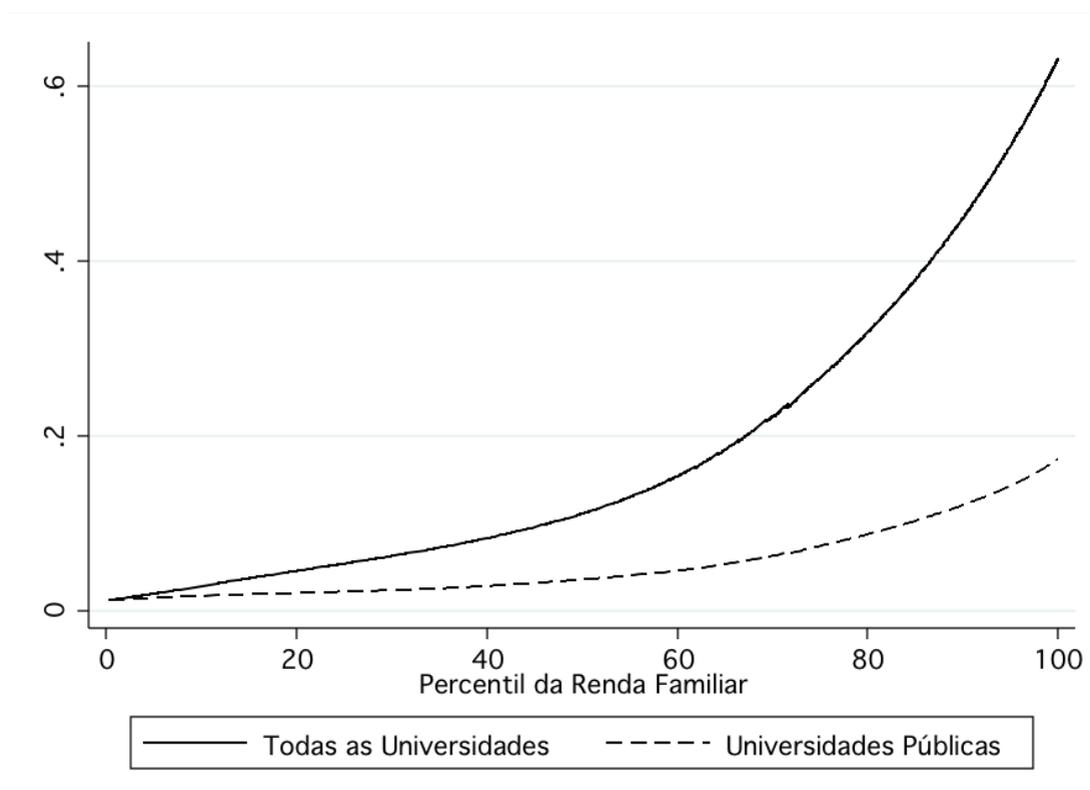
\*Harvard University. Endereço para correspondência: 1805 Cambridge Street, Cambridge MA 02138, USA. E-mail: eduaze@gmail.com

†PUC-Rio. E-mail: pablossalgado@gmail.com



o fato de que a educação pública é tão progressiva quanto a particular.<sup>1</sup> De fato, a curva da fração da população que frequenta universidades públicas em função da renda é praticamente igual a um múltiplo da curva da fração que frequenta universidades privadas (Figura 1). Isso ocorre já que grande parte das vagas no ensino superior público é preenchida por uma parcela da população com renda elevada.

Figure 1: Fração de universitários entre jovens de 19-20 anos, como função do percentil da renda familiar, interpolado por um núcleo de Lowess



Fonte: PNAD 2009.

Este artigo aborda uma questão específica de política pública: deve o governo cobrar pela educação pública de alunos com renda elevada? Em diversos países, essa prática é comum. Nos EUA por exemplo, um estudante de Berkeley tem que pagar taxas estudantis se sua família tiver condições financeiras de fazê-lo. Tipicamente essas taxas são muito menores do que as cobradas por instituições particulares, como Stanford. No Brasil, a educação na PUC-Rio custa em torno de R\$ 100.000 em valor presente. Enquanto isso, o governo cobra R\$ 0 por uma universidade pública comparável, como a UFRJ. Nosso objetivo é entender como cobrar de famílias com elevada renda pela educação em universidades públicas

- (i) altera os incentivos dos agentes envolvidos e
- (ii) impacta a eficiência e equidade da provisão de educação superior.

<sup>1</sup>Dizemos que a educação é progressiva se indivíduos de famílias com renda mais elevada recebem mais educação do que indivíduos de famílias de baixa renda.

Consideramos que a educação superior é um investimento, que envolve um custo financeiro e de tempo e gera benefícios futuros, incluindo uma maior remuneração no mercado de trabalho. Sabemos que na presença de mercados completos, todos os investimentos com valor presente líquido positivos são realizados. No entanto, nossa análise parte da premissa de que existe uma imperfeição no mercado de crédito para a educação superior, de forma que agentes com elevada habilidade porém poucos recursos não podem se educar por serem incapazes de prometer o repagamento da dívida através de seus futuros salários.<sup>2</sup> Tal imperfeição no mercado de crédito é comum na literatura e é destacada em Epple e Romano (1998), Fraja (2002), Friedman (1955) e Gottlieb e Moreira (sair), dentre outros.<sup>3</sup>

A premissa de que a incompletude dos mercados de crédito constitui uma importante falha de mercado pode servir de justificativa para a provisão de educação pública gratuita. Afinal de contas, a educação gratuita dá uma chance ao aluno talentoso e de baixa renda de cursar o ensino superior. De fato, mostramos que sob hipóteses idealizadas – se o governo e o setor privado são igualmente eficiente na provisão de educação, se não há custos de peso morto de taxaço e se universidades públicas e privadas são idênticas – seria possível resolver completamente os problemas advindos de restrições de crédito e implementar a alocação socialmente ótima, que vigora quando um aluno vai para a universidade se e somente se o benefício que resulta de sua educação supera o seu custo.

Entretanto, na prática, as universidades públicas tem um papel limitado no aumento da equidade e eficiência da provisão de educação superior. Primeiro, universidades públicas são responsáveis por somente cerca de 25% das matrículas no ensino superior. Segundo, o acesso à universidade pública é tão progressivo quanto à universidade privada (Figura 1). Na seção principal do artigo, mostramos que se abandonarmos as condições idealizadas anteriormente descritas e adotarmos hipóteses mais realistas, a provisão de educação pública gratuita é incapaz de promover a alocação socialmente ótima. Identificamos a presença de grandes distorções no processo decisórios dos indivíduos, que surgem como consequência da educação pública ser gratuita mesmo para aqueles com renda elevada. Por fim, mostramos que a cobrança de uma pequena taxa pela educação pública daqueles alunos com condições financeiras de pagá-la gera ganhos de bem-estar de cerca de R\$100.000 por aluno carente que passa a ser atendido pelo sistema público.

Para entender os motivos pelos quais essa taxa aumenta o bem-estar, é preciso entender antes as citadas distorções. Tome um indivíduo com renda suficiente para frequentar a universidade privada, caso deseje fazê-lo. Ele escolherá de fato frequentar a universidade privada se e somente se o benefício de uma educação privada superar o benefício de uma educação pública em um montante superior à diferença de preços cobrados. No exemplo citado, será ótimo escolher a PUC-Rio e não a UFRJ se, ao frequentar a primeira em detrimento da segunda, o aluno aumentar em expectativa seus salários futuros (descontados a valor presente) em no mínimo R\$100.000. Em particular, se a expectativa do aumento de salários futuros na PUC-Rio for de apenas R\$99.000, a UFRJ será escolhida uma vez que custa R\$100.000 a menos do que a PUC-Rio. Nesse caso, embora o indivíduo realize benefícios líquidos de R\$1.000 ao mudar da PUC-Rio para a UFRJ, a sociedade incorre numa ineficiência enorme (de cerca de R\$99.000). Afinal de contas, os custos sociais da educação desse aluno são praticamente idênticos em ambas as universidades, embora os custos privados sejam muito diferentes.

Fundamentalmente, a ineficiência, que cresce a medida que o diferencial de preços entre a educação privada e pública aumenta, resulta do fato de que o indivíduo somente internaliza os custos privados de sua educação. A educação pública no Brasil é gratuita, resultando num diferencial de preços muito elevado, o que parece sugerir que as perdas sociais incorridas são significativas.

<sup>2</sup> Acreditamos que a incompletude dos mercados de crédito para a provisão de educação superior continua sendo muito relevante apesar da existência de programas de crédito educativo, como o FIES ou PRAVALER.

<sup>3</sup> Veja Kane (2006) para uma discussão do papel do governo na provisão de educação superior, ainda que focada nos Estados Unidos. Recentemente alguns estudos tem questionado a importância e o tipo de restrições de crédito na provisão de educação superior nos Estados Unidos (Carneiro e Heckman (2002), Cameron e Taber (2004)). Nossa visão, e a base do nosso argumento é de que esse é um problema importante no Brasil.



A ineficiência não se limita a esse canal. Com o subsídio, a universidade pública torna-se muito atraente para indivíduos com renda elevada e conseqüentemente sobram poucas vagas para aqueles de baixa renda. Indivíduos que não tem renda suficiente para pagar por uma universidade privada são deslocados da universidade pública e portanto deixam de se educar. Tal fato constitui uma segunda fonte de ineficiência, se assumirmos que os benefícios da educação deste grupo superam os seus custos. Quando o número de vagas na universidade pública é reduzido, como acontece no Brasil, os benefícios de prover educação (pública) para um estudante a mais deve ser muito alto. Afinal de contas, com a escassez de vagas, muitos estudantes com elevada habilidade não tem acesso à educação. Logo esta segunda fonte de ineficiência também deve ser significativa. Outro sintoma da sua magnitude elevada é a forte presença de alunos de alta renda em universidades públicas.

Esse segundo canal de ineficiência, pode ser visto sob outro ângulo. Ao ocupar uma vaga na universidade pública, um aluno rico exerce uma externalidade negativa sobre um indivíduo sem recursos para pagar a universidade privada. A correção dessa externalidade prescreveria o pagamento de algum imposto por parte do aluno rico, de forma que ele internalizasse o custo social de sua escolha. No Brasil, ocorre justamente o contrário uma vez que alunos recebem subsídios para frequentar a universidade pública.

As distorções descritas acima são causadas por uma alocação ineficiente das vagas no ensino superior. Há porém uma terceira conseqüência do subsídio promovido pelo governo, de natureza distinta, que é o aumento dos incentivos dos pais de incorrerem em gastos que aumentam a nota de seus filhos no vestibular. Afinal de contas, um aluno (e sua família) que encontra-se indiferente entre a educação oferecida pela PUC-Rio e UFRJ recebe um prêmio de R\$ 100.000 ao passar no vestibular da universidade pública. Chefes de família parecem entender isso, e respondem de maneira sofisticada. Por exemplo, frequentemente o aluno que é aceito em uma universidade pública ganha um carro de seus pais. Isso parece ser em parte uma maneira de fazer com que os filhos internalizem o benefício que sua família obtém de uma educação pública. O investimento em curso pré-vestibular também é um exemplo de atividade que pode ser considerada como procura de renda.

Outros autores consideram temas semelhantes. Notadamente, Friedman (1955) e Epple e Romano (1998) consideram um ambiente onde cada aluno tem liberdade de escolher sua escola e analisam a atratividade de se usar um sistema de vouchers para a educação básica e secundária, através do qual escolas públicas e privadas são igualmente subsidiadas pelo governo. Esse problema é bastante semelhante ao que abordamos e nossos resultados podem ser interpretados como variações de argumentos propostos inicialmente por Friedman (1955). As principais diferenças seguem de que

- (i) não é eficiente que todos os agentes recebam educação superior e
- (ii) no Brasil há um número limitado de vagas nas universidades públicas respondendo por cerca de 25% da educação superior.

Finalmente, Fraja (2002) e Gottlieb e Moreira (sair) consideram a provisão ótima de educação sob a perspectiva de finanças públicas. Esse problema esta além do escopo limitado de nossa contribuição.

Este artigo está estruturado da seguinte forma: na Seção 2 apresentamos nosso modelo básico do mercado de educação superior. Introduzimos as falhas de mercado que vamos abordar e mostramos que a intervenção governamental ótima é consistente com vários fatos estilizados do mercado de educação superior no Brasil. Na Seção 3, tomamos a quantidade de vagas em universidades públicas como dada e analisamos as conseqüências de se cobrar pela educação pública daqueles indivíduos com condições financeiras para pagar. A Seção 4 conclui.

## 2. MODELO BÁSICO

Na economia, há um contínuo de indivíduos de massa 1. Cada indivíduo  $i$  é inteiramente caracterizado por um par ordenado  $i = (y_i, \theta_i)$ . O termo  $y_i$  representa a quantidade de recursos

que  $i$  dispõe para investir em educação superior e  $\theta_i$  representa o benefício privado que esse mesmo indivíduo obtém ao se educar. Nos referiremos ao termo  $\theta_i$  como a habilidade do indivíduo.  $\theta_i$  inclui benefícios pecuniários decorrentes de ganhos futuros no mercado de trabalho, como também ganhos não pecuniários. Cabe ressaltar que  $\theta_i$  não inclui ganhos financeiros imediatos que poderiam ser usados como fonte de recursos para o pagamento de educação.

Defina  $I_E$  como o conjunto formado por todos os indivíduos que recebem educação. A utilidade de cada indivíduo é quasilinear, sendo dada por

$$u_i = \theta_i \mathbf{1}_{I_E} - t, \quad (1)$$

onde  $\mathbf{1}_A(\cdot)$  é uma função característica que assume o valor de 1 se  $i \in A$ , e  $t$  é qualquer pagamento realizado pelo indivíduo. Assumimos, sem perda de generalidade, que os tipos dos agentes estão distribuídos sobre o conjunto  $I = [0,1]^2$  de acordo com uma probabilidade  $\eta$ , continuamente diferenciável, com suporte em todo o seu domínio e não atômica. Por simplicidade, nosso modelo formal tem um único período, mas poderíamos ter definido um modelo com mais períodos sem nenhuma mudança nos resultados.<sup>4</sup>

Vamos adotar duas premissas no que diz respeito às falhas de mercado. Em primeiro lugar, os mercados de crédito são incompletos. Isso implica que agentes não podem tomar quaisquer recursos emprestados e prometer repagamento com salários futuros. Portanto cada indivíduo pode gastar no máximo  $y_i$  em educação.<sup>5</sup> Em segundo lugar, a educação gera externalidades positivas para a sociedade, seguindo o padrão da literatura.<sup>6</sup> Assumiremos que a educação de um indivíduo gera um benefício  $\alpha$  para o resto da sociedade, de tal forma que, enquanto a provisão da educação gera um custo direto de  $c_0$  para as faculdades, o custo social líquido da educação de um indivíduo é dado por  $c = c_0 - \alpha$ . O custo direto de  $c_0$  representa as despesas em se construir e manter as instalações de uma universidade, remuneração do pessoal administrativo e professores, etc. Por simplicidade nos referiremos a  $c$  como o custo social da educação.<sup>7</sup>

Uma alocação é completamente definida pelo conjunto  $I_E$  de indivíduos que recebem educação. A cada alocação está associado um valor de bem estar dado por

$$W(I_E) = \int_{I_E} \{\theta_i - c\} d\eta(i). \quad (2)$$

## 2.1. Análise

*Ótimo social.*

O ótimo social é atingido ao se escolher o conjunto  $I_E$  que maximiza o valor de  $W(I_E)$ . Chamaremos o conjunto que atinge o máximo de bem estar de  $I_E^{OS}$ . É fácil ver que, no ótimo social, um indivíduo recebe educação se e somente se sua habilidade é maior que o custo social de sua provisão. Isto é

$$I_E^{OS} = \{\theta_i \geq c\}. \quad (3)$$

<sup>4</sup>Nesse caso, o período em que focamos seria a juventude, quando a decisão de se educar tem que ser feita. O consumidor desfrutaria dos benefícios da educação durante o resto da sua vida.

<sup>5</sup>Adotamos esse formato extremo de restrição de crédito por simplicidade. Obteríamos os mesmos resultados se houvesse restrição parcial de crédito.

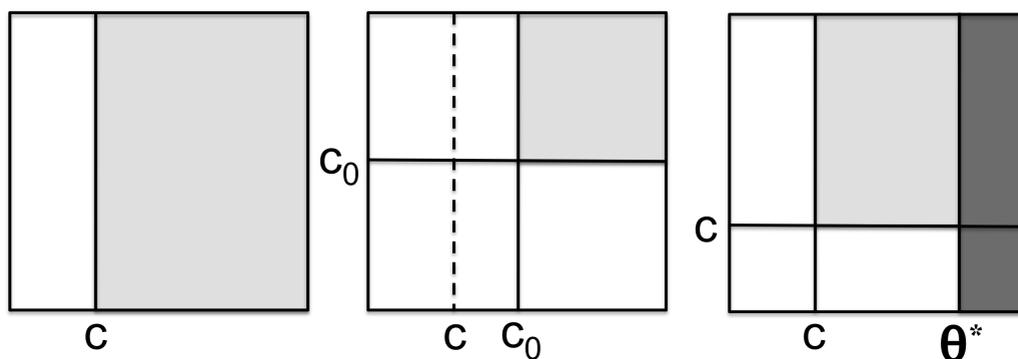
<sup>6</sup>Segundo Friedman (1955), a educação de um indivíduo contribui para o bem estar de terceiros ao promover uma sociedade mais estável e democrática e gerar líderes sociais e políticos mais capacitados.

<sup>7</sup>Obteríamos os mesmos resultados se a externalidade fosse modelada como gerando um benefício social maior do que o benefício privado.



O painel da esquerda da Figura 2 ilustra essa alocação. Como pode ser visto no painel, a renda da família não é uma variável relevante na determinação do conjunto de alunos que recebem educação no ótimo social.

Figure 2: Alocação socialmente ótima (painel esquerdo), equilíbrio competitivo (painel central) e intervenção governamental (painel direito)



Cada quadrado representa o conjunto de tipos  $I$ , com o eixo horizontal representando habilidade  $\theta_i$  e o eixo vertical a renda  $y_i$ . O conjunto de alunos alocados para universidades privadas é cinza claro e para universidades públicas cinza escuro.

#### Equilíbrio competitivo.

Vamos analisar a alocação de equilíbrio quando somente universidades privadas oferecem educação superior num ambiente de competição perfeita. Sem qualquer intervenção governamental, as universidades cobram o custo marginal da educação, ou seja um preço  $p = c_0 > c$ . Um indivíduo escolhe receber educação desde que  $\theta_i \geq p$ , isto é, desde que os benefícios privados de sua educação superem os custos incorridos. No entanto, nem todos os agentes que desejam se educar têm os recursos necessários para fazê-lo. Somente aqueles com  $y_i \geq p$  podem pagar o custo da universidade, uma vez que adotamos a hipótese de mercado de crédito incompletos. Portanto, o conjunto de universitários é

$$I_E^M = \{\theta_i \geq c_0 \text{ e } y_i \geq c_0\}. \quad (4)$$

Essa alocação é ilustrada no painel central da Figura 2. O equilíbrio competitivo é ineficiente, por dois motivos. Em primeiro lugar, as universidades não cobram o custo marginal social da provisão de educação, mas sim o custo marginal privado. Em segundo lugar, agentes de elevada habilidade e recursos financeiros escassos não podem se educar devido à falta de mercados de crédito. Portanto, o conjunto de alunos que recebem educação na alocação de equilíbrio competitivo depende da distribuição de renda da população, o que viola a condição necessária para atingir o ótimo social.

#### Intervenção governamental.

A presença de externalidades e a incompletude de mercados justificam a intervenção governamental. Em particular, vamos mostrar que há ganhos de bem estar ao se implementar uma estrutura de mercado nos moldes daquela que vigora atualmente no Brasil, onde universidades públicas e privadas coexistem.

O problema de mais simples solução é a presença de externalidades. Se o governo conceder um subsídio Pigouviano de  $\alpha$  para a educação superior, o preço cobrado pelas universidades privadas será

igual ao custo social da educação, ou seja,  $p = c$  e todos os indivíduos com  $\theta_i \geq c$  e  $y_i \geq c$  passam a se educar. O subsídio Pigouviano reduz ineficiências, uma vez que o custo social passa a determinar o preço cobrado. No entanto, a solução é incapaz de atingir a alocação socialmente ótima uma vez que o problema de incompletude de mercados ainda não foi resolvido. Uma possível solução seria o governo oferecer educação pública gratuita. Vamos analisar as consequências dessa política, supondo por enquanto que as universidades públicas e privadas são idênticas em todas as dimensões, exceto o preço cobrado.

Suponha que, além da concessão do subsídio discutido acima, o governo ofereça gratuitamente uma massa  $k$  de vagas em universidades públicas. Todos os estudantes preferem estritamente a universidade pública à privada, já que a primeira é gratuita. Assumimos que as  $k$  vagas são alocadas para os alunos de habilidade mais elevada. Essa hipótese é consistente com a prática atual em que o vestibular ou o ENEM são utilizados para distribuir as vagas no ensino público. A uma quantidade  $k$  de vagas disponíveis corresponde uma nota de corte  $\theta^*$ , tal que  $k = \eta\{\theta_i \geq \theta^*\}$ . Essa relação garante que o número de alunos com habilidade acima da nota de corte é exatamente igual ao número de vagas disponíveis na universidade pública. A nota de corte  $\theta^*(k)$  define a habilidade mínima necessária para ingressar na universidade pública.

Denote por  $I_U^{IG}$  o conjunto de alunos que cursam universidades públicas e  $I_P^{IG}$  o conjunto dos alunos que cursam universidades privadas. O conjunto total de universitários é dado por  $I_E^{IG} = I_U^{IG} \cup I_P^{IG}$ . Temos:

$$I_U^{IG} = \{\theta_i \geq \theta^*(k)\} \quad (5)$$

$$I_P^{IG} = \{\theta_i > c \text{ e } y_i > c\} \setminus I_U^{IG}. \quad (6)$$

Portanto, todos os alunos com habilidade maior do que a nota de corte cursam a universidade pública, dado que ela é estritamente preferida à universidade privada. A nota de corte  $\theta^*(k)$  é estritamente decrescente em  $k$ . Portanto existe um único  $k$  em que obtemos  $\theta^*(k) = c$ , e

$$I_E^{IG} = I_U^{IG} = I_E^{OS}. \quad (7)$$

Portanto, se o governo prover o número certo de vagas em universidades públicas, o ótimo social é atingido. Quando a nota de corte no vestibular é dada por  $\theta^* = c$ , um aluno estuda na universidade pública se e somente se sua habilidade supera o custo social da provisão de educação. Essa condição é exatamente a derivada na alocação socialmente ótima. Nesse caso, nenhum estudante frequenta universidades particulares, e prevalecerá um sistema inteiramente público de educação. A Proposição seguinte sumariza esse resultado.

**Proposição 1:** *Assuma que o governo ofereça uma massa  $k$  de vagas na educação pública superior. As vagas são racionadas para os alunos de habilidade mais alta (ver painel direito da Figura 2). Seja  $k^{OS}$  o valor de  $k$  que maximiza o bem estar social. Então:*

- *Temos que  $k^{OS} = \eta\{\theta_i \geq c\}$ .*
- *O bem estar social é crescente em  $k$  para  $k < k^{OS}$  e decrescente para  $k > k^{OS}$ .*
- *A habilidade de qualquer aluno em universidades públicas é maior do que a habilidade de qualquer aluno da rede privada.*
- *O bem estar com  $k = k^{OS}$  é igual ao do ótimo social. Nesse caso todos os indivíduos se educam na universidade pública.*



A Proposição 1 mostra que a educação pública universal consegue resolver completamente os problemas decorrentes da existência de externalidades e de restrições de crédito. Sob as hipóteses feitas até agora, um sistema exclusivamente público pode implementar a alocação socialmente ótima, que vigora quando um aluno frequenta a universidade se e somente se o benefício que resulta de sua educação supera o seu custo. O subsídio Pigouviano torna-se desnecessário em equilíbrio, dado que nenhum aluno estuda em universidade privada.

Esse resultado extremo decorre de simplificações do modelo. Por simplicidade assumimos que não há perdas de peso morto de taxaço, que universidades públicas e privadas são idênticas, e que o governo é tão eficiente quanto a iniciativa privada na provisão de educação. Na ausência dessas hipóteses, a política ótima envolveria uma mistura de universidades públicas e privadas.<sup>8</sup> No entanto, a ideia básica de que educação pública resolve parcialmente a incompletude de mercados de crédito permanece válida.

Note por último que, na ausência de externalidades, a intervenção governamental só promove um aumento do bem estar se há de fato uma massa estritamente positiva de alunos com elevada habilidade e baixa renda e nós implicitamente assumimos que isso é verdade ao longo do artigo. No entanto, poderíamos imaginar um caso extremo onde o desenvolvimento cognitivo de pessoas de baixa renda é prejudicado a tal ponto que, ao chegarem na idade de ingressarem na universidade, os retornos de sua educação passam a ser tão baixos que nunca compensam os seus custos. Tal situação prescreveria um conjunto de políticas públicas totalmente diferente daquele prescrito nesse artigo e não é o foco de nossa análise.

## 2.2. Discussão

A discussão do modelo básico tem dois objetivos. O primeiro é delinear as falhas de mercado assumidas, que justificam uma intervenção governamental na provisão de vagas para a educação. Nesse ponto, seguimos o cânone da literatura em economia da educação, considerando externalidades positivas e ausência de mercados completos. O segundo propósito é justificar, de maneira simples e com argumentos econômicos, diversos aspectos da política educacional brasileira: subsídios para universidades privadas, coexistência de ensino público gratuito com instituições privadas, baixa regressividade do ensino público, racionamento por vestibular, melhor qualidade de alunos na rede pública. Não deixa de ser interessante que um modelo tão simples consiga sintetizar tantos pontos.

Há no entanto, uma série de características do sistema educacional brasileiro que ainda não foram explicadas. Por exemplo, muitos alunos com habilidade suficiente para ingressar na universidade pública preferem frequentar a universidade privadas mesmo que tenham que pagar por isso. Claramente, universidades públicas e privadas oferecem serviços diferentes. No entanto, tratamos universidades públicas e privadas como sendo idênticas até o momento. Essa hipótese não é inócua para os resultados obtidos. Além disso, ignoramos a possibilidade de alunos investirem em melhores colégios ou cursos pré-vestibular para aumentarem suas notas no processo seletivo, o que é claramente importante para considerações sobre quanto se cobrar pelo ensino superior.

Devido a essas simplificações, o modelo não pode fazer nenhuma previsão sobre qual a taxa ótima que o governo deve cobrar dos alunos com renda elevada em universidades públicas. Sob a intervenção prescrita pela Proposição 1, se o governo cobrasse qualquer preço menor do que  $p$  pela educação pública dos alunos com condições de pagar, o bem estar social permaneceria inalterado. Veremos a seguir que, em um modelo mais geral, cobrar pela educação pública tem consequências importante para eficiência.

<sup>8</sup>Por exemplo, suponha que ao taxar a população em  $c$  a sociedade incorre em um custo de peso morto de  $\Delta > 0$ . Para simplificar ainda mais, suponha momentaneamente que não há externalidades positivas, logo universidades privadas não recebem subsídio nenhum do governo. Sob essas hipóteses, o custo total da educação pública é dado por  $c + \Delta$  enquanto o custo de uma educação privada é de apenas  $c$ . Será ótimo do ponto de vista social educar todos os alunos com habilidade  $\theta \in (c + \Delta, 1)$  em universidades públicas e os alunos com habilidade  $\theta \in (c, c + \Delta)$  em universidades privadas.

### 3. COBRANDO PELA EDUCAÇÃO PÚBLICA

Nesta seção abordaremos o ponto central do artigo, ao analisar quais as consequências do governo cobrar pela educação pública somente daqueles que têm renda elevada. Mais especificamente, suponha que o governo cobre pela educação pública um preço

$$q(y) = \min\{y, \bar{q}\} \quad (8)$$

de alunos com renda  $y$ . Atualmente,  $\bar{q} = 0$  no Brasil. Estamos interessados em analisar como o bem estar varia ao se alterar  $q(y) = \min\{\bar{q}, y\}$ , o montante cobrado pelo governo de estudantes com renda  $y$  que cursam universidades públicas. Vamos mostrar que realizam-se ganhos de bem estar ao estabelecer  $\bar{q}$  estritamente positivo. Para realizar a análise desta seção, o modelo básico sofrerá algumas modificações. Na primeira extensão, passamos a considerar que as universidades são heterogêneas quanto aos benefícios privados que proporcionam a cada indivíduo. Na segunda, permitimos que indivíduos realizem investimentos para melhorar seu desempenho em processos de admissão para a universidade.

#### 3.1. Universidades heterogêneas

Para formalizar a hipótese de que universidades proporcionam benefícios diferentes para cada indivíduo, um tipo passa a ser uma tripla ordenada  $i = (y_i, \theta_i^U, \theta_i^P)$ . O benefício de cursar uma universidade pública para o indivíduo  $i$  é dado por  $\theta_i^U$  enquanto o de cursar uma universidade privada é de  $\theta_i^P$ . A renda disponível por parte do indivíduo para gastar em sua educação continua sendo representada por  $y_i$ . Tipos estão distribuídos em  $I = [0,1]^3$  de acordo com uma probabilidade  $\eta$  continuamente diferenciável, não atômica e com suporte em todo o seu domínio.

Existe um setor competitivo de universidades particulares. O governo fornece um subsídio Pigouviano para esse setor, de modo que o preço cobrado de cada aluno pela educação privada é de  $p = c$ , igual ao custo social da educação. O governo oferece uma massa  $k$  de vagas no ensino público, cobrando um preço  $q(y)$  por cada uma delas. Um exame, como o vestibular, seleciona os alunos com  $\theta_i^U$  mais elevado para ocupar as vagas na universidade pública. No apêndice definimos formalmente o modelo. Demonstramos que, para cada  $\bar{q}$ , existe uma única nota de corte no vestibular e uma única (a menos de medida zero) alocação de alunos em universidades públicas e privadas de tal forma que

- (i) todos os alunos fazem escolhas ótimas,
- (ii) a demanda por universidades públicas é menor ou igual a  $k$  e
- (iii) a demanda por universidades públicas é igual a  $k$  se a nota de corte é maior do que zero.

Nos referiremos a essa nota de corte e alocação como um equilíbrio para a economia.

Sob as hipóteses assumidas, as universidades públicas deixam de ser estritamente preferidas às universidades privadas por todos os indivíduos. Tome um indivíduo com recursos suficientes para pagar a universidade privada, ou seja,  $y_i \geq p$ . Esse indivíduo deriva benefício líquido de  $\theta_i^U - q(y)$  e  $\theta_i^P - p$  ao cursar uma universidade pública e privada respectivamente. Portanto, ele prefere a universidade privada à pública se e somente se

$$\theta_i^P - \theta_i^U \geq p - \bar{q}. \quad (9)$$

A desigualdade acima deixa claro que um aluno que derive benefícios maiores de uma educação privada do que de uma educação pública ( $\theta_i^P > \theta_i^U$ ), pode optar por frequentar uma universidade pública devido a diferença de preços cobrados. Quando isso ocorre, realiza-se uma ineficiência alocativa de justamente  $(\theta_i^P - \theta_i^U)$ , que é o total de benefício que está deixando de ser realizado tanto pelo



indivíduo como pela sociedade. Isso ocorre uma vez que, embora o indivíduo esteja economizando em  $p - \bar{q}$  ao frequentar a universidade pública, a sociedade não está. Afinal de contas, a provisão de uma vaga na universidade pública custa  $c$ , assim como na privada. A ineficiência ocorre uma vez que o indivíduo internaliza os custos totais da provisão de uma vaga na universidade privada mas não na pública. Há ainda uma segunda fonte de ineficiência que resulta do fato de haver um número limitado de vagas na universidade pública. Quando um aluno com renda elevada vai para a universidade pública, pode estar ocupando uma vaga que seria destinada a um aluno com renda  $y_i < p$ . Esse aluno deixará de ser educado, contribuindo para a realização de uma ineficiência adicional de  $(\theta^* - c)$ .

Vamos agora obter uma cota inferior para os ganhos de bem estar ao se tomar  $\bar{q} > 0$ . Dado  $\bar{q}$  denotemos por  $I^U(\bar{q})$  o conjunto de indivíduos que cursam a universidade pública,  $I^P(\bar{q})$  o conjunto de indivíduos que cursam a universidade particular e  $\theta^*(\bar{q})$  a nota de corte do vestibular no equilíbrio. Definimos o bem-estar social dado  $\bar{q}$  por

$$W(\bar{q}) = \int_{I^U(\bar{q})} \{\theta_i^U - c\} d\eta(i) + \int_{I^P(\bar{q})} \{\theta_i^P - c\} d\eta(i). \quad (10)$$

Definimos também

$$N(\bar{q}) = I^U(\bar{q}) \cap \{y_i < p\}. \quad (11)$$

como sendo a massa de indivíduos que frequentam a universidade pública e possuem recursos insuficientes para frequentar a universidade privada.

Adotamos a seguinte hipótese:

**Hipótese 1:** Para qualquer  $\bar{q}$  no interior de um intervalo  $\bar{Q}$  contendo 0 temos:

- $\theta^*(\bar{q}) > c$ ;
- Para todo  $i$  no suporte de  $\eta$  e  $\theta_i^U > \theta^*(\bar{q})$  temos  $\theta_i^P > c$ ;
- $\theta^*(\bar{q})$  é  $C^1$  em  $\bar{q}$ .

As duas primeiras condições podem ser interpretadas como sendo consequência de universidades públicas sendo suficientemente seletivas, consistente com o mercado de educação superior no Brasil. A primeira condição da Hipótese 1 acima garante que a educação de cada aluno aceito na universidade pública tem impacto positivo sobre o bem estar. Sempre vigorará em situações onde o número de vagas na universidade pública for suficientemente pequeno quando comparado ao número de pessoas com elevada habilidade na população. A segunda condição garante que se um aluno possui habilidade suficiente para passar no vestibular, também derivará benefícios positivos de uma educação privada. A terceira condição é uma condição técnica.

A Proposição 2 a seguir formaliza a ideia de que cobrar pelo menos uma pequena quantia de alunos com renda elevada aumenta o bem estar social, e que a magnitude desse aumento é muito alta quando a diferença de preços entre universidades públicas e privadas é alta.

**Proposição 2:** O valor de  $\bar{q}$  que maximiza o bem estar social é estritamente positivo. Para  $q \in \bar{Q}$  temos

$$W'(\bar{q}) \geq [(p - \bar{q}) + (\theta^*(\bar{q}) - c)] \cdot N'(\bar{q}). \quad (12)$$

A Proposição 2 estabelece uma cota inferior para os ganhos de bem estar, que podem vir a ser bastante grandes. Aumentar o preço da universidade pública aumenta o acesso de estudantes sem recursos para pagar por uma universidade privada. Para cada estudante carente, o ganho de bem estar é igual a pelo menos a diferença entre o preço da universidade pública e privada. Em particular, no caso

$\bar{q} = 0$ , um pequeno aumento no preço da educação pública gera bem estar social igual a  $p$  por cada aluno carente que ingressa na universidade pública como consequência do aumento de preço.

Vamos recorrer novamente ao exemplo da UFRJ e PUC-Rio para clarificar a mecânica da Proposição 2. Imagine que o governo começa a cobrar um total de R\$10.000 pela educação na UFRJ (dos alunos com condições financeiras de pagar). Com o início da cobrança, alguns alunos com renda suficiente para pagar a universidade privada, optarão por ingressar na PUC-Rio. Para esse grupo de alunos, temos que  $R\$100.000 \geq \theta^P - \theta^U > R\$90.000$ . Resumindo, os alunos que mudam de universidade são aqueles cuja preferência pela UFRJ era menor do que a diferença de preço original de R\$100.000, porém maior do que a nova diferença de R\$90.000. A mudança de cada aluno gera ganhos de bem estar de no mínimo R\$90.000. Há um segundo efeito sobre o bem estar. A saída desses alunos da universidade pública deixa uma quantidade de vagas livres, que são parcialmente ocupadas por indivíduos sem recursos suficientes para cursar a universidade privada. A educação de cada um desses novos alunos gera um ganho de bem esta de  $(\theta^* - c)$ . Somando os dois efeitos, temos que o ganho de bem estar com o aumento de preço é de pelo menos R\$90.000  $(p - \bar{q})$  mais o ganho dos alunos carentes que agora podem se educar  $(\theta^* - c)$  por aluno.

O modelo apresentado ainda permite comparar a política proposta – de cobrar uma taxa pela educação pública daqueles com renda suficiente – com a política de cotas sociais – segundo a qual há uma reserva de vagas para alunos pobres – que está sendo implementada em algumas universidades públicas.<sup>9</sup> Vamos assumir que do total de vagas  $k$  uma pequena parcela  $dk$  passa a ser destinada a alunos pobres. Isso resultaria num aumento da nota de corte do processo seletivo enfrentado por aqueles com recursos suficientes para pagar a universidade privada. Logo, a política de cotas, ao garantir o acesso de alunos pobres à universidade pública, promove uma realocação de alunos ricos com  $\theta^U \approx \theta^*$  para a universidade privada. O aluno rico deslocado da universidade pública é justamente aquele que tirava exatamente a nota mínima necessária para passar no vestibular antes da implementação da política de cotas. No entanto, do ponto de vista social, seria ótimo transferir para a universidade privada os alunos ricos com  $\theta^P - \theta^U$  mais elevado, dado que são justamente estes os que terão os maiores ganhos (ou menores perdas) ao mudar da universidade pública para a privada. Note que são justamente estes alunos que, por conta própria, escolherão migrar para a universidade privada após a introdução da cobrança pela educação pública. Logo, enquanto a política de cotas também tem sucesso em aumentar o acesso de alunos carentes à universidade pública, isso é obtido de maneira ineficiente transferindo de maneira endógena o aluno “errado” para a universidade privada. Portanto a política de cotas é menos efetiva em promover a eficiência alocativa do que a política que propomos neste artigo.

### 3.2. Investimento em cursos preparatórios

Vamos mostrar que cursos preparatórios constituem outra fonte de ineficiência (e iniquidade) e analisar como essa ineficiência varia quando se passa a cobrar pelo ensino público daqueles com renda elevada. Para simplificar a análise, voltamos a utilizar o modelo básico descrito na Seção 2, caracterizado pelo fato de universidades públicas e privadas serem iguais em todas as dimensões, exceto no preço cobrado do aluno.

Assumimos que um estudante cuja família investe uma quantia de  $x$  em um curso preparatório tem a sua nota no vestibular aumentada em  $\delta x$ . O parâmetro  $\delta$  é essencialmente tecnológico, ao especificar como o dinheiro gasto em cursinhos gera deterministicamente ou em expectativa um aumento na nota de vestibular do aluno e pode ser visto como representando a qualidade média dos cursinhos na economia.<sup>10</sup> A forma funcional linear foi adotado para simplificar a análise. O investimento em cursinho vestibular não aumenta a habilidade intrínseca do aluno o que implica que  $\theta$  permanece

<sup>9</sup>Agradecemos ao parecerista anônimo por sugerir que realizássemos esta comparação.

<sup>10</sup>Para que a interpretação em expectativa seja válida, é necessário assumir que famílias são neutras ao risco.



inalterado. Essa hipótese também é simplificadora e visa capturar o fato de que o principal objetivo de um curso pré-vestibular é treinar o aluno para ter sucesso em uma prova muito específica. De fato, num cursinho o aluno muitas vezes não adquire conhecimentos que lhe são úteis posteriormente e o tornariam uma pessoa mais produtiva. Portanto, não há benefícios sociais decorrentes de gastos em um curso pré-vestibular, constituindo apenas procura de renda.<sup>11</sup> Mantemos a hipótese anteriormente adotada de que existe um número pequeno e fixo de vagas no ensino público, dado por  $k$ .

Primeiro note que um aluno com  $y \leq \bar{q}$  nunca investe em curso pré-vestibular, porque não tem recursos para fazê-lo e simultaneamente pagar pela universidade pública. Se a nota de corte do vestibular é  $\theta^*$ , um aluno de habilidade  $\theta$  precisa investir  $(\theta^* - \theta)/\delta$  para ser aprovado. Isso implica em uma economia de mensalidades de  $p - \bar{q}$ .

Seja  $I_C$  o conjunto de alunos que vão para a faculdade pública e investem em curso pré-vestibular. Temos que:

$$I_C(\bar{q}) = \left\{ \theta_i \leq \theta^*, \frac{\theta^* - \theta_i}{\delta} + \bar{q} \leq p, \frac{\theta^* - \theta_i}{\delta} + \bar{q} \leq y_i \right\} \quad (13)$$

$$\cap \left\{ \theta_i - \frac{\theta^* - \theta_i}{\delta} - \bar{q} \geq 0 \right\}. \quad (14)$$

O conjunto de alunos que cursam a universidade pública é dado por  $I_U = I_C \cup \{\theta \geq \theta^*\}$ . Temos ainda que a nota de corte do vestibular é determinada implicitamente por

$$\eta(I_U; \theta^*) = \eta(I_C; \theta^*) + \eta(\{\theta_i \geq \theta^*\}) = k \quad (15)$$

Como ambos os termos da soma acima são decrescentes em  $\theta^*$ , existe um único  $k$  de equilíbrio. O investimento total em cursos pré-vestibular é dado por

$$I(\bar{q}) = \int_{I_C} \frac{\theta^*(\bar{q}) - \theta_i}{\delta} d\eta(i) \quad (16)$$

**Hipótese 1':** Para qualquer  $\bar{q}$  no interior de um intervalo  $\bar{Q}$  contendo 0 temos:

- $\theta^*(\bar{q}) > c > \bar{q}$ .
- $\theta^*(\bar{q})$  é  $C^1$  em  $\bar{q}$ .

A primeira condição restringe o problema ao caso interessante onde alunos com renda suficiente para pagar a universidade privada frequentam a pública por ser mais barata. Caso tivéssemos  $\bar{q} > c = p$ , somente indivíduos com  $y_i < p$  frequentariam a universidade pública e não haveria investimento nenhum em curso preparatório, conforme discutido anteriormente.

Temos a seguinte proposição cuja demonstração encontra-se no apêndice:

**Proposição 3:**  $I(\bar{q})$  é decrescente em  $\bar{q}$ .

A Proposição 3 estabelece que a ineficiência decorrente dos gastos em cursos preparatórios diminui a medida que aumenta o preço cobrado pela educação numa universidade pública. A demonstração é muito simples e consiste em mostrar que tanto o integrando quanto a região de integração de  $I(\bar{q})$  são decrescentes em  $\bar{q}$ . Intuitivamente, a diminuição do integrando ocorre uma vez que, ao aumentar-se  $\bar{q}$ , a nota de corte no vestibular diminui o que implica que cada família que investe em cursinho precisa gastar menos para atingir a nota de corte. Por sua vez, a diminuição, na ordem de conjunto, da região

<sup>11</sup>Embora o investimento em curso pré vestibular possivelmente tenha algum benefício social, a simplificação que adotamos não muda os resultados da análise.

de integração ocorre em função de dois motivos. Primeiramente, o aumento de  $\bar{q}$  reduz o subsídio de uma universidade pública, dado por  $p - \bar{q}$ , logo os incentivos por procura de renda. Em segundo lugar, os gastos em cursinho são reduzidos simplesmente porque um aumento nos gastos na educação pública diminui a quantidade de dinheiro que sobra para gastar em cursinho preparatório. Esses dois canais tem o efeito de reduzir  $I_C$ . Como o integrando é sempre positivo, pela definição de  $I_C$ , temos que os gastos em cursos preparatórios diminuem ao aumentar-se  $\bar{q}$ .

#### 4. CONCLUSÃO

Este artigo tem como objetivo contribuir para o debate sobre políticas públicas de educação ao tratar da seguinte pergunta: A universidade pública deve ser grátis para quem pode pagar? Acreditamos que a perspectiva econômica tem muito a acrescentar a essa discussão. Mostramos que realizam-se ganhos de bem estar ao se cobrar um preço estritamente positivo daqueles que frequentam a universidade pública e têm renda elevada. De maneira resumida, o fato de a universidade pública ser gratuita enquanto a particular não o é resulta em incentivos privados excessivos para se buscar uma educação pública, e a cobrança da universidade pública ajuda a corrigir parcialmente essa distorção.

Quando um estudante opta pela educação pública, ele deixa de incorrer no custo de sua educação. Mostramos que a existência desse prêmio gera distorções alocativas, sendo o deslocamento dos indivíduos de baixa renda das universidades um dos mais relevantes. Quando visto sob essa ótica, a existência do prêmio promove iniquidade e exclusão. No Brasil, a diferença de preços entre uma universidade pública e privada pode ser bastante expressiva, da ordem de R\$100.000, o que dá uma ideia da magnitude da ineficiência incorrida. Argumentamos que a política proposta é amplamente superior à atual política de cotas sendo implementada em diversas universidades públicas brasileiras. A procura de renda e dissipação de recursos, uma consequência dos investimentos em cursos preparatórios, também foi discutida. Essas ideias são importantes, e constituem o foco de nosso artigo. Porém existem alguns outros pontos importantes que não foram abordados até o momento e gostaríamos de resumir aqui.

A cobrança da universidade pública pode ser vista como a imposição de mais uma tributação para a sociedade, o que pode vir a sofrer forte resistência, especialmente daquelas camadas já fortemente taxadas. Portanto, tal reforma talvez tenha que ser acompanhada de reduções de impostos em outras frentes. Além disso, a implementação da cobrança pela educação pública pode ser bastante complicada em função de motivos de economia política. Por um lado, os perdedores com a mudança são claramente identificados, sendo todos os estudantes já frequentando a universidade pública. Já os ganhadores são um grupo muito menos transparente, formado por aqueles indivíduos que passam a ter acesso à educação pública após a diminuição da nota do vestibular. Estes alunos são dificilmente identificados, e a probabilidade deles virem a se organizar para defender a política proposta é muito baixa. Além disso, após ingressarem na universidade, já beneficiados pela medida, terão de pagar taxas e provavelmente mudarão de lado e passarão a se opor ao pagamento para estudar na universidade pública. Acreditamos portanto que a medida contaria com poucos defensores e muitos opositores. Talvez as famílias com filhos com menos de 18 anos constituam a fonte de apoio mais provável. A incerteza sobre qual posição o aluno ocupará num exame de seleção como o vestibular talvez faça essa família preferir a política que maximiza o bem-estar social.

Reformas recentes na Inglaterra demonstram que aspectos políticos relacionados à cobrança pela educação pública devem ser considerados. Tradicionalmente, as universidades públicas inglesas cobravam pela educação, porém os valores eram muito menores daqueles cobrados pelo setor privado. Devido à crise financeira do setor de educação, o governo encomendou um estudo dirigido pelo Lord John Browne, ex-presidente da British Petroleum. Uma das principais recomendações da *Browne Review* foi permitir que as universidades públicas aumentassem os preços cobrados dos alunos. O Parlamento inglês eventualmente aumentou o teto das taxas para 9.000 Libras por ano, ainda bastante abaixo do valor cobrado pelas melhores instituições particulares. No entanto, essa pequena mudança aconteceu



sob fortes protestos no fim de 2010, resultando em ocupações de universidades e mais de 150 pessoas presas em Londres.

Outro ponto importante é que, por ser gratuita, a universidade pública atrai os melhores alunos. Um corpo discente de habilidade elevada aumenta a qualidade de uma universidade, e a educação recebida por todos. Portanto, a política de universidades públicas gratuitas pode ser um empecilho ao surgimento de boas universidades privadas. Se a competição entre instituições públicas e privadas fosse mais equilibrada, universidades públicas e privadas iriam ganhar espaço atuando nos setores em que forem mais eficientes. As conclusões do artigo não são aplicáveis a todos os cursos oferecidos nas universidades públicas, mas apenas àqueles mais concorridos. Com efeito, um dos grandes problemas atuais do ensino público é a ociosidade de vagas, sendo que mais de 39,5 mil vagas oferecidas em vestibulares de instituições públicas de todo o País não foram preenchidas em 2009.<sup>12</sup>

Por último, salientamos que há algumas limitações técnicas à nossa análise. Desconsideramos externalidades entre alunos no processo de aprendizado (ver Epple e Romano, 1998), o que constitui uma omissão importante. Também ignoramos a falta de mercados de seguro. Investimentos em educação podem ser mais arriscados do ponto de vista individual do que do ponto de vista social. Portanto, se agentes não tem como fazer um contrato de seguro, eles investiriam menos do que o ótimo em educação. Soluções para esse problema incluem empréstimos em que o pagamento depende da renda do agente após se educar. Uma solução interessante seria a implementação de um imposto de renda maior para aqueles que cursaram a universidade pública.<sup>13</sup>

Concluindo, cobrar por estudar em universidades públicas pode ter várias consequências, e é uma questão importante a ser discutida pela sociedade. Esperamos que as ideias apresentadas contribuam para esse debate, e para a adoção de melhores políticas públicas.

<sup>12</sup>Agradecemos ao parecerista anônimo por levantar este ponto relevante.

<sup>13</sup>Agradecemos a Felipe Iachan por sugerir essa possibilidade.

**BIBLIOGRAFIA**

- Cameron e Taber, S. (2004). Estimation of educational borrowing constraints using returns to schooling. *Journal of Political Economy*, 112(1):132–182.
- Carneiro e Heckman, P. (2002). The evidence on credit constraints in post-secondary schooling. *The Economic Journal*, 112(482):705–734.
- Epple e Romano, D. (1998). Competition between private and public schools, vouchers, and peer-group effects. *American Economic Review*, 88(1):33–62.
- Fraja, G. (2002). The design of optimal education policies. *Review of economic studies*, 69(2):437–466.
- Friedman, M. (1955). The role of government in public education. *Economics and the public interest*, pages 123–153.
- Gottlieb e Moreira, H. (a sair). Should educational policies be regressive? *Journal of Public Economic Theory*.
- Kane, T. (2006). Public intervention in post-secondary education. *Handbook of the Economics of Education*, 2:1369–1401.



## A. APÊNDICE

### A.1. Provas e Definições do Modelo com Universidades Heterogêneas, Subseção 3.1

Dados  $\bar{q}$  e uma nota de corte  $\theta^*$ , a demanda de cada agente fica caracterizada pela universidade que maximiza seu bem estar, dentre aquelas que ele pode cursar, ou por não cursar uma universidade caso isso seja ótimo. Denote por  $I^U(\bar{q}, \theta^*)$  o conjunto de alunos que demandam a universidade pública, e  $I^P(\bar{q}, \theta^*)$  o conjunto de alunos que demandam a universidade privada. Será útil também definir um agente  $i$  como sendo rico se  $y_i \geq p$ , e pobre caso  $y_i < p$ . De acordo com essa definição, somente os alunos ricos tem recursos suficientes para frequentar a universidade privada. Sejam  $R$  e  $P$  o conjunto de agentes ricos e pobres respectivamente. Defina também os conjuntos de ricos na universidade pública e ricos na universidade particular respectivamente como

$$\begin{aligned} R^U(\bar{q}, \theta^*) &= I^U(\bar{q}, \theta^*) \cap R \\ R^P(\bar{q}, \theta^*) &= I^P(\bar{q}, \theta^*) \cap R \end{aligned}$$

e o conjunto de pobres na universidade pública como

$$P^U(\bar{q}, \theta^*) = I^U(\bar{q}, \theta^*) \cap P.$$

De acordo com nossas hipóteses, as escolhas ótimas satisfazem:

$$\begin{aligned} R^U(\bar{q}, \theta^*) &= R \cap \{\theta^U > \theta^*\} \cap \{\theta^U - q(y) > 0, \theta^U - q(y) > \theta^P - p\} \\ R^P(\bar{q}, \theta^*) &= R \cap \{\theta^U < \theta^*\} \cap \{\theta^P - p > 0\} \\ &\cup R \cap \{\theta^U > \theta^*\} \cap \{\theta^P - p > 0, \theta^U - q(y) < \theta^P - p\} \\ P^U(\bar{q}, \theta^*) &= P \cap \{\theta^U > \theta^*\} \cap \{\theta^U - q(y) > 0\}. \end{aligned}$$

Temos  $I^U(\bar{q}, \theta^*) = R^U(\bar{q}, \theta^*) \cup P^U(\bar{q}, \theta^*)$ ,  $I^P(\bar{q}, \theta^*) = R^P(\bar{q}, \theta^*)$ . Defina a demanda por vagas na universidade pública como

$$D(\bar{q}, \theta^*) = \eta \{I^U(\bar{q}, \theta^*)\}.$$

Defina um equilíbrio como uma tripla  $(\theta^*(\bar{q}), I^U(\bar{q}), I^P(\bar{q}))$  onde  $\theta^*(\bar{q}) \in [0, 1]$  e é tal que

$$\begin{aligned} D(\bar{q}, \theta^*(\bar{q})) &\leq k \\ I^U(\bar{q}) &= I^U(\bar{q}, \theta^*(\bar{q})) \\ I^P(\bar{q}) &= I^P(\bar{q}, \theta^*(\bar{q})) \end{aligned}$$

onde na primeira linha há igualdade se  $\theta^*(\bar{q})$  for maior do que zero. Como  $D(\bar{q}, 1) = 0$ , e  $D$  é contínua e decrescente em  $\theta^*$ , existe pelo menos um  $\theta^*(\bar{q})$  que satisfaz essas condições. Como todos os equilíbrios para um dado  $\bar{q}$  diferem apenas em conjuntos de medida 0, a partir de agora denotaremos por  $[\theta^*(\bar{q}), I^U(\bar{q}), I^P(\bar{q})]$  o equilíbrio que tem a menor nota de corte.

Note agora que, devido a adoção da Hipótese 1, os conjuntos de universitários podem ser simplificados. Temos

$$\begin{aligned} R_U(\bar{q}, \theta^*) &= R \cap \{\theta^U > \theta^*\} \cap \{\theta^U - q(y) > \theta^P - p\} \\ R_P(\bar{q}, \theta^*) &= R \cap \{\theta^U < \theta^*\} \cap \{\theta^P - p > 0\} \\ &\cup R \cap \{\theta^U > \theta^*\} \cap \{\theta^U - q(y) < \theta^P - p\} \\ P_U(\bar{q}, \theta^*) &= P \cap \{\theta^U > \theta^*\}. \end{aligned}$$

Estabelecidas essas definições, podemos provar a Proposição 2.

*Proof.* Somente temos que aplicar a regra de Leibniz para derivar a expressão para  $\bar{q}$ , que por sua vez implica que o preço ótimo é estritamente positivo.

Primeiramente, podemos reescrever o bem estar social como

$$W(\bar{q}) = \int_{R^U} \{\theta_i^U - c\} d\eta(i) + \int_{R^P} \{\theta_i^P - c\} d\eta(i) + \int_{P^U} \{\theta_i^U - c\} d\eta(i)$$

Note que os conjuntos  $R^U$ ,  $R^P$  e  $P^U$  dependem de  $(\bar{q}, \theta^*(\bar{q}))$ . Uma mudança em  $\bar{q}$  afetará o payoff tanto pela mudança em  $\bar{q}$  em si, quanto pela mudança em  $\theta^*(\bar{q})$ . Pela regra de Leibniz temos

$$\begin{aligned} W'(\bar{q}) &= \partial_{\bar{q}}\eta(R_P) \cdot [p - \bar{q}] \\ &+ \theta^{*'}(\bar{q}) \cdot \partial_{\theta^*}\eta(R_U) \cdot [\theta^* - \bar{\theta}^P] \\ &+ \theta^{*'}(\bar{q}) \cdot \partial_{\theta^*}\eta(P_U) \cdot [\theta^* - c]. \end{aligned}$$

Esses três termos tem a seguinte interpretação. O primeiro é a quantidade de alunos ricos e talentosos que mudam para a escola particular devido ao aumento no custo da universidade pública.<sup>14</sup> Na margem, esses alunos preferem a escola particular por  $p - \bar{q}$ , daí o ganho em bem estar. O segundo termo é o ganho (ou perda) de bem estar com os alunos ricos cujo  $\theta^U \approx \theta^*$ , e que com a diminuição da nota de corte do vestibular podem entrar na universidade pública. Denotamos por  $\bar{\theta}^P$  o benefício médio desses alunos de cursar a universidade privada. Note que, por definição, devemos ter  $\theta^* - \bar{\theta}^P \geq -(p - \bar{q})$ , ou não seria vantajoso para esses alunos migrarem para a universidade pública. Finalmente o último termo corresponde aos alunos pobres que conseguem uma vaga na universidade pública devido à diminuição na nota de corte do vestibular. Note que esses são os únicos grupos que vão mudar suas escolhas, devido à Hipótese 1.

Para simplificar essa expressão, note que como o total de alunos na universidade pública é constante, temos

$$\partial_{\bar{q}}\eta(R_P) = \theta^{*'}(\bar{q}) \cdot \partial_{\theta^*}\eta(R_U) + \theta^{*'}(\bar{q}) \cdot \partial_{\theta^*}\eta(P_U).$$

Portanto

$$\begin{aligned} W'(\bar{q}) &= \theta^{*'}(\bar{q}) \cdot \partial_{\theta^*}\eta(R_U) \cdot [p - \bar{q} + \theta^* - \bar{\theta}^P] \\ &+ \theta^{*'}(\bar{q}) \cdot \partial_{\theta^*}\eta(P_U) \cdot [p - \bar{q} + \theta^* - c]. \end{aligned}$$

O primeiro termo é positivo, pois como observamos  $\theta^* - \bar{\theta}^P > -(p - \bar{q})$ . Substituindo  $\theta^{*'}(\bar{q}) \cdot \partial_{\theta^*}\eta(P_U) = N'(\bar{q})$  temos

$$W'(\bar{q}) \geq N'(\bar{q}) \cdot [p - \bar{q} + \theta^* - c],$$

como queríamos demonstrar. □

<sup>14</sup>A princípio essa expressão dependeria de  $\partial_{\bar{q}}\eta(R_P)$  e de  $\partial_{\bar{q}}\eta(R_U)$  para os ganhos de eles saírem da pública e irem para a privada. Porém, como esses alunos estão indiferentes entre universidades públicas e privadas, na margem o ganho de bem estar é de  $p - \bar{q}$ .



## A.2. Prova do Modelo com Universidades Homogêneas e Cursinho Preparatório, Subseção 3.2

*Proof.* Vamos definir

$$I_U = \{\theta \geq \theta^*(\bar{q}) \text{ e } \theta_i \geq \bar{q}\}$$

como sendo o conjunto dado pelos indivíduos que passam na universidade pública sem realizar um curso preparatório. Como estamos considerando valores de  $\bar{q}$  estritamente abaixo de  $\theta^*$ , a segunda condição nunca é ativa, mas foi incluída para facilitar a exposição.

Primeiramente, note que devemos ter necessariamente  $d\theta^*/d\bar{q} < 0$ . Com efeito, suponha que  $d\theta^*/d\bar{q} > 0$ . Vamos analisar o efeito de um aumento em  $\bar{q}$ . Então  $\eta(I_U)$  diminui uma vez que a nota de corte do vestibular aumenta. Por outro lado,  $\eta(I_C)$  também diminui, como pode facilmente ser visto pela definição de  $I_C$ . Logo a totalidade das vagas na universidade pública não estão sendo preenchidas, o que viola a definição de equilíbrio e chegamos a uma contradição.

Vamos mostrar agora que devemos necessariamente ter  $d\theta^*/d\bar{q} > -\delta$ . Se  $d\theta^*/d\bar{q} < -\delta$ , teríamos que  $\eta(I_C \cup I_U)$  aumentaria por dois motivos. Em primeiro lugar, após a redução da nota de corte no vestibular, mais alunos passariam na universidade pública sem cursinho preparatório, o que teria o efeito de aumentar  $I_U$ . Por outro lado, um aumento de  $\bar{q}$  tem o efeito de afrouxar as restrições de  $I_C$  quando  $d\theta^*/d\bar{q} + \delta < 0$ . Isso acontece uma vez que a nota do vestibular, e consequentemente o investimento necessário em cursinho, cai tanto com o aumento de  $\bar{q}$  que afrouxam-se as restrições. Novamente, haveria uma violação do equilíbrio uma vez que haveria uma demanda muito grande por universidades públicas.

Concluimos portanto que devemos necessariamente ter  $0 > d\theta^*/d\bar{q} > -\delta$ . Quando valem essas desigualdades,  $I_C(\bar{q})$  é decrescente em  $\bar{q}$  na ordem de conjunto. Isso ocorre, uma vez que todas as restrições passam a ser cumpridas por um conjunto menor de indivíduos. O fato de  $d\theta^*/d\bar{q} < 0$  implica que o integrando de  $I(\bar{q})$  também é decrescente em  $\bar{q}$ . Resumindo, tanto o integrando quanto a região de integração diminuem ao aumentar-se  $\bar{q}$ . Como o integrando é sempre positivo pela definição de  $I_C(\bar{q})$ , conclui-se que  $I(\bar{q})$  é decrescente em  $\bar{q}$ , como queríamos demonstrar.  $\square$