

1. O modelo clássico de lote econômico de mínimo custo;
2. Pressupostos do modelo clássico;
3. O modelo clássico revisitado;
4. Lotes econômicos de compra a prazo;
5. Resumo do modelo proposto;
6. Exemplos ilustrativos;
7. Conclusões.

## Lotes econômicos de compra com pagamento a prazo

Marcos Augusto de Vasconcellos  
 Professor no departamento de Administração da  
 Produção e de Operações Industriais - POI,  
 da EAESP/FGV.

### 1. O MODELO CLÁSSICO DE LOTE ECONÔMICO DE MÍNIMO CUSTO

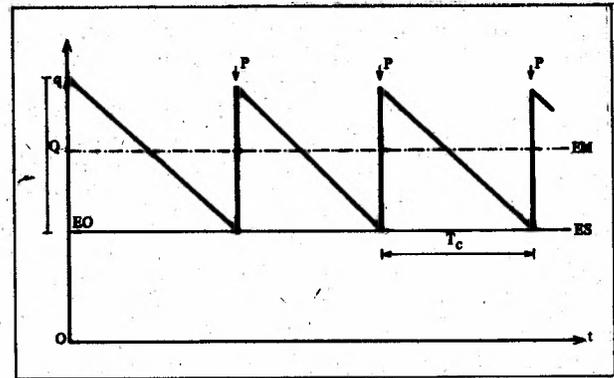
Um dos sistemas básicos de gestão de estoques é o sistema de lote fixo, ou Sistema  $(s, Q)$ , no qual os parâmetros de controle são o nível de encomenda  $(s)$  e o lote de obtenção  $(Q)$ .

Para o dimensionamento deste segundo parâmetro são em geral utilizados modelos de lotes econômicos de mínimo custo, os quais consistem em determinar como os custos de estoque variam em função dos tamanhos de lote e identificar, para cada item, o lote que minimiza a soma desses custos.

A soma de todos os custos relacionados com os estoques — custo direto, custo de manter, custo de obter e custo de falta — forma a função objetivo a ser minimizada, a qual deve contar também as restrições, pressupostos e condições peculiares a cada situação estudada.

O modelo clássico de lote econômico foi desenvolvido por F. W. Harris em 1915 e foi, segundo Machline, o primeiro modelo criado para representar um problema

Figura 1  
 Modelo clássico de lote econômico



administrativo. A figura 1 ilustra esse modelo. Para sua apresentação, utilizamos a seguinte notação:

$a$  = taxa de armazenagem: taxa decimal que exprime a soma das despesas de armazenagem, incluindo alugueis, mão-de-obra, supervisão, quebras, perdas por deterioração ou obsolescência, seguros etc., aplicada ao valor médio do estoque;

$c$  = custo direto unitário: correspondente basicamente a matéria-prima e mão-de-obra direta;

$D$  = demanda anual: tomando-se o ano como unidade de tempo;

$EM$  = estoque médio: quantidade média mantida em estoque ao longo do tempo;

$EO$  = estoque operacional: parcela do estoque existente devido à obtenção do material em lotes e que atende às atividades normais da empresa;

$ES$  = estoque de segurança: parcela do estoque utilizada nos casos de demanda acima da média e de atraso no recebimento de material em estoque;

$i$  = taxa de juros: taxa de retorno mínima atrativa, correspondente ao custo do capital atual da empresa, obtido pela média ponderada dos custos dos capitais de participação e da dívida utilizados;

$j = i + a$  = taxa do custo de manter: taxa decimal que exprime a soma dos custos de manter em relação ao valor médio do estoque;

$n$  = número de ordens, de compra ou de fabricação, emitidas por ano;

$P$  = custo de colocação de uma ordem de compra ou de fabricação;

$Q$  = tamanho do lote;

$Q_e$  = lote econômico de mínimo custo;

$T_c$  = tempo de ciclo: tempo de consumo de um lote;

$VME$  = valor médio do estoque.

As funções de custo do modelo clássico, consideradas em base anual, são as seguintes:

$$a) \text{ custo direto anual: } CDA = D.c \quad (1)$$

$$b) \text{ custo anual de obter: } CAO = n.P \quad (2)$$

$$\text{Sabendo-se que } n = D/Q, \text{ temos: } CAO = DP/Q; \quad (3)$$

$$c) \text{ custo anual de manter: } CAM = j.(VME) \quad (4)$$

Conforme ilustrado na figura 1, o modelo pressupõe que a demanda se mantém constante ao longo do tempo, o que torna válida a expressão:  $(VME) = c(ES + Q/2)$ . (5)

$$\text{Logo, } CAM = (i + a).c.(ES + Q/2). \quad (6)$$

Outra premissa implícita na equação (6) é a de que o pagamento ao fornecedor ocorre no momento do recebimento do material em estoque. Este ponto será discutido nos itens seguintes;

d) custo anual de falta:  $CAF = 0$  (7)

Outro pressuposto do modelo é o de demanda determinística, o que implica não haver probabilidade de falta, daí o custo de falta ser igual a zero;

e) custo total anual: a função objetivo é dada pela soma dos custos parciais, expressos nas equações (1), (2) e (6):

$$CIA = D.c + \frac{DP}{Q} + jc.ES + \frac{jcQ}{2} \quad (8)$$

Para obter o lote econômico de mínimo custo – associado ao mínimo da curva do custo total anual – derivamos a equação (8) em relação a  $Q$  e igualamos a zero o resultado.

$$\frac{d(CIA)}{dQ} = 0 - \frac{DP}{Q^2} + 0 + \frac{jc}{2} = 0 \quad (9)$$

E, resolvendo a equação (9), obtemos:

$$Q_e = \sqrt{\frac{2DP}{jc}} \quad (10)$$

## 2. PRESSUPOSTOS DO MODELO CLÁSSICO

A análise desta demonstração nos mostra que o modelo clássico pressupõe condições ideais e se constitui em uma representação bastante simplificada da realidade dos estoques operacionais. Suas premissas mais importantes são:

- a) universo determinístico;
- b) abastecimento instantâneo;
- c) inexistência de descontos por quantidade;
- d) não permissão de faltas de estoque;
- e) produto único;
- f) disponibilidade ilimitada de recursos, inclusive capital, capacidade de colocação de pedidos de compra, área de armazenagem e tempo disponível para preparação de máquinas;
- g) estágio único;
- h) demanda constante ao longo do tempo;
- i) horizonte de planejamento infinito;
- j) fonte única de abastecimento;
- l) inexistência de inflação;
- m) inexistência de quaisquer fatores perturbadores, tais como a expectativa de aumento do preço, a ameaça de falta de material, imposições de fornecedores etc.;
- n) produto não-perecível;
- o) custos conhecidos;
- p) operadores treinados e aptos;
- q) momento do pagamento de cada lote comprado coincidente com o momento da entrada do material em estoque.

É compreensível, portanto, que o modelo clássico de lote econômico tenha um campo de aplicação de certa maneira limitado. Mas é claro também que, à medida

que são levantadas as hipóteses simplificadoras citadas, torna-se possível a elaboração de outros modelos, mais complexos, porém mais representativos de situações específicas.

Desde Harris até hoje, foi desenvolvida uma imensa variedade de modelos de dimensionamento de lotes – de custo mínimo, probabilísticos, lagrangeanos, de programação dinâmica, de decisão sob risco, com inflação, baseados em curvas de aprendizagem etc. – adequados a situações em que não se aplica o conjunto de premissas  $a$  a  $p$ .

Nos itens seguintes, examinaremos o caso das compras com pagamento a prazo, em que o momento do pagamento de cada lote não coincide com o momento do recebimento do material em estoque.

## 3. O MODELO CLÁSSICO REVISITADO

Como o propósito deste artigo é estudar o efeito dos pagamentos diferidos, vamos em primeiro lugar reapresentar o modelo clássico, de forma mais conveniente às comparações que se farão a seguir.

Para tanto, utilizaremos como função objetivo o lucro total anual a ser maximizado, no lugar do custo total anual da equação (8), acrescentando a notação das seguintes variáveis:

$v$ : preço de venda unitário;

$m = v - c$ : margem de contribuição unitária.

As funções de receita e custo, consideradas em base anual, são as seguintes:

a) receita anual:  $RA = C.v$ ; (11)

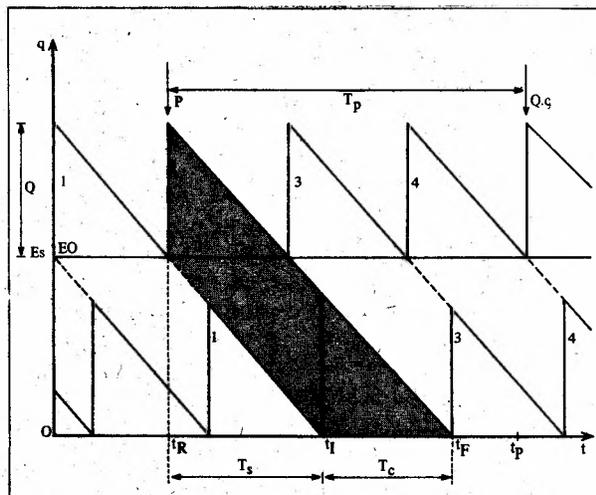
b) custo direto anual:  $CDA = D.c$ ; (1)

c) custo anual de obter:  $CAO = DP/Q$ ; (3)

d) custo anual de armazenagem:  $CAA = a.c(ES + Q/2)$ ; (12)

e) custo financeiro anual: este é o custo anual do capital empatado em estoque. Para a sua demonstração, observemos a figura 2.

Figura 2  
Modelo de lote econômico com pagamento diferido

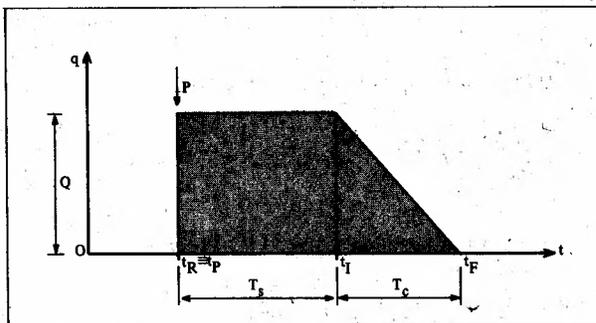


A figura 2 introduz novos dados úteis para análise:

- $t_R$  = momento de recebimento de um lote em estoque;
- $TS$  = tempo de consumo do estoque de segurança;
- $t_I$  = momento de início do consumo de um lote;
- $T_c$  = tempo de consumo de um lote;
- $t_F$  = momento de término do consumo de um lote;
- $Tp$  = prazo concedido para pagamento, contado a partir da entrega do material pelo fornecedor (no modelo clássico,  $Tp = 0$ );
- $tp$  = momento em que ocorre o pagamento de um lote ao fornecedor (no modelo clássico,  $tp = t_R$ ).

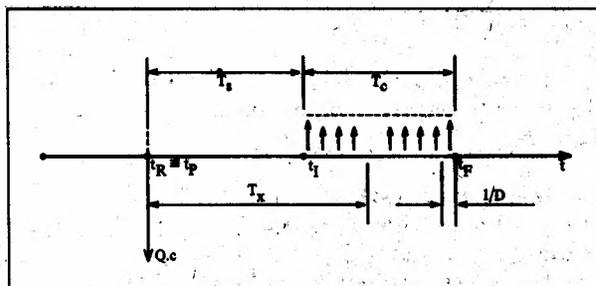
Considerando que a movimentação do estoque corresponda ao Sistema PEPS – Primeiro a Entrar, Primeiro a Sair – tem-se que um lote não é consumido imediatamente após o seu recebimento. Seja, por exemplo, o lote nº 2, ressaltado na figura 2: o recebimento ocorre no instante  $t_R$ ; nesse instante existe em estoque uma quantidade  $ES$ , que deve ser consumida antes que comece a ser utilizado o lote nº 2, o que ocorre no instante  $t_I$ ; no instante  $t_F$ , esgota-se o lote nº 2 e inicia-se o consumo do lote nº 3. Isolando-se o lote em análise dos demais, obtém-se o gráfico apresentado na figura 3.

Figura 3  
Recebimento, estoque e consumo de um lote.



No modelo clássico,  $Tp = 0$  e a série de fluxos de caixa correspondente é a representada na figura 4.

Figura 4  
Série de fluxos de caixa de um lote, com  $Tp = 0$



Na figura 4,  $T_x$  é o tempo decorrido entre o recebimento do lote e a venda do item  $x$ , sendo  $1 \leq x \leq Q$  e  $T_s < T_x < T_s + T_c$ . Ou seja, para cada item  $x$ , a empresa desembolsa o valor  $c$ , no momento  $t_R$ , e recebe o valor  $v$ , no instante  $T_R + T_x$ .

Durante o intervalo de tempo  $T_x$ , a empresa tem um custo, devido ao desembolso antecipado da quantia  $c$ .

Sendo  $i$  a taxa anual de juros, o valor equivalente do custo  $c$ , transferido para o instante  $(t_R + T_x)$ , será  $c(1 + iT_x)$ .

Assim, o lucro com a venda do item  $x$ , abstraídos os custos de obtenção e armazenagem, será dado por:

$$L_x = v - c(1 + iT_x) \quad (13)$$

ou

$$L_x = v - c - c.i.T_x = m - c.i.T_x \quad (14)$$

O resultado da venda de um lote é dado pela soma dos diversos  $L_x$ :

$$L_Q = \sum_{x=1}^Q L_x = m.Q - i.c \sum_{x=1}^Q T_x \quad (15)$$

A figura 4 mostra que:

$$T_x = \frac{1}{D} [ES + (x - 1/2)] \quad (16)$$

Logo:

$$\sum_{x=1}^Q T_x = \frac{Q}{Q} (ES) + \frac{1}{D} \sum_{x=1}^Q (x - 1/2) \quad (17)$$

Aplicando a soma da série aritmética, temos:

$$\sum_{x=1}^Q x = \frac{Q(Q+1)}{2} = \frac{Q^2}{2} + \frac{Q}{2} \quad (18)$$

Substituindo a equação (18) na equação (17) e esta na equação (15), obtemos:

$$L_Q = m.Q - \frac{Q}{D} i.c.ES - \frac{i.c.Q^2}{20} \quad (19)$$

Multiplicando  $L_Q$  pelo número de ordens emitidas por ano, chegamos ao resultado anual.

$$L_A = n.L_Q = \frac{D}{Q} \cdot L_Q = D.m - i.c.ES - \frac{i.c.Q}{2} \quad (20)$$

ou

$$L_A = Dv - Dc - i.c(ES + \frac{D}{2}) \quad (21)$$

As duas primeiras parcelas já foram previstas nas equações (11) e (1); a terceira nos dá o custo financeiro anual, cuja expressão estávamos procurando:

$$CFA = i.c(ES + \frac{Q}{2}) \quad (22)$$

expressão consistente com a já apresentada na equação (6).

f) lucro total anual: a função objetivo é obtida deduzindo-se da receita anual, expressa na equação (11), a soma

dos custos anuais, expressos nas equações (1), (3), (12) e (22):

$$LTA = RA - CTA \quad (23)$$

ou

$$LTA = Dv - Dc - \frac{DP}{Q} - (i+a)c \cdot ES - (1+a)c \cdot \frac{Q}{2} \quad (24)$$

Para obter o lote econômico de máximo lucro - associado ao máximo da curva de lucro total anual - derivamos a equação (24) em relação a  $Q$  e igualamos a zero o resultado

$$\frac{d(LTA)}{dQ} = 0 - 0 + \frac{DP}{Q^2} - 0 - \frac{(i+a)c}{2} = 0 \quad (25)$$

E resolvendo a equação (25), obtemos:

$$Q_e = \frac{2 DP}{jc} \quad (10)$$

resultado, como esperado, igual ao obtido no item 1.

#### 4. LOTES ECONÔMICOS DE COMPRA A PRAZO

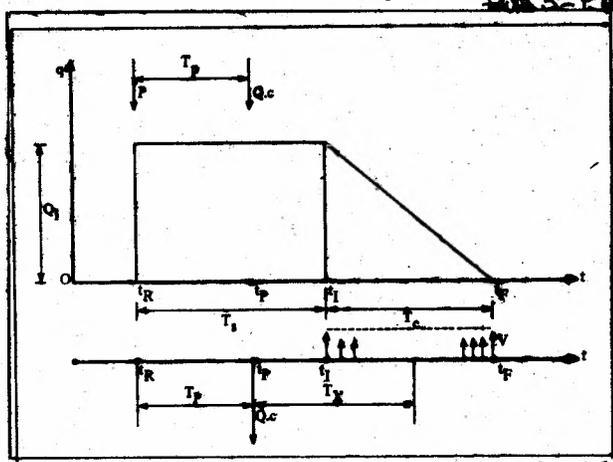
Estudemos agora o dimensionamento de lotes de compra no caso em que o pagamento da mercadoria é feito após o seu recebimento em estoque. Analisando as figuras 2 e 3, podemos distinguir três diferentes hipóteses de pagamento diferido.

**Hipótese 1 -  $T_p \leq T_s$**

Este caso, em que o pagamento ocorre antes do início do consumo do lote, está representado na figura 5.

Figura 5

Pagamento diferido - hipótese 1:  $T_p \leq T_s$



Neste caso, cada item  $x$  é pago com um período de antecedência, em relação à sua venda, igual a:

$$T_x = \frac{1}{D} [ES + (x - 1/2)] - T_p \quad (26)$$

Aplicando um desenvolvimento análogo ao do item 3, e, obtemos, sucessivamente:

• Custo financeiro de um item  $x$

$$CF_x = \frac{ic}{D} [ES + (x - 1/2)] - ic \cdot T_p \quad (27)$$

• Custo financeiro de um lote

$$CF_Q = \frac{ic \cdot Q (ES)}{D} - \frac{ic \cdot Q^2}{2D} - ic \cdot Q \cdot T_p \quad (28)$$

• Custo financeiro anual

$$CFA = ic \cdot (ES - T_p \cdot D) + \frac{ic \cdot Q}{2} \quad (29)$$

De acordo com a equação (24), o pagamento diferido, com  $T_p \leq T_s$ , resultou em uma redução do custo financeiro de manter o estoque de segurança, mas não alterou o custo de manter o estoque operacional.

A função objetivo, portanto, passa a ser:

$$LTA = Dv - Dc - \frac{DP}{Q} - a.c. (ES) - \frac{a.c.Q}{2} - ic \cdot (ES) + ic \cdot T_p D - \frac{ic.Q}{2} \quad (30)$$

Derivando e igualando a zero, vem:

$$\frac{d(LTA)}{dQ} = 0 - 0 + \frac{DP}{Q^2} - 0 - \frac{a.c}{2} - 0 + 0 - \frac{ic}{2} = 0 \quad (31)$$

E, resolvendo a equação (31), obtemos

$$Q_I = \sqrt{\frac{2 DP}{jc}} \quad (32)$$

Verificamos, pela equação (32) que, nesta hipótese 1, embora o custo financeiro de manter o estoque de segurança seja menor, o lote econômico de compra permanece igual ao do modelo clássico.

**Hipótese 2:  $T_p \geq T_s + T_c$**

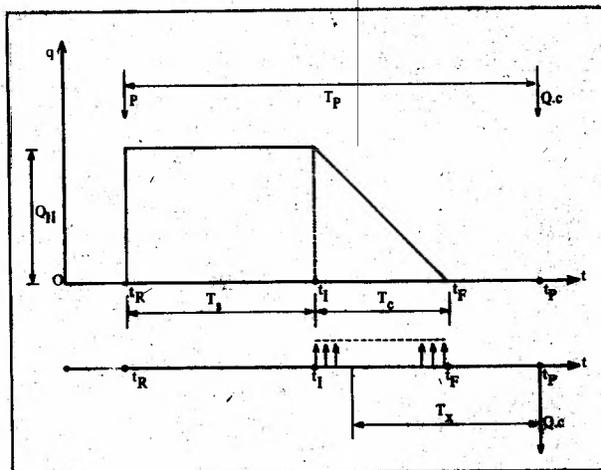
Nesta hipótese, o pagamento ocorre somente após o lote ter sido inteiramente consumido, conforme indicado na figura 6.

Esta é uma situação em que, ao invés do custo financeiro devido ao pagamento antecipado de cada item  $x$ , a empresa tem um ganho financeiro, pois o que ocorre é o inverso: primeiro a empresa recebe a quantia  $v$ , pela venda do item  $e$ , decorrido o intervalo de tempo  $T_x$ , paga a quantia  $c$  ao fornecedor.

Sendo  $i$  a taxa anual de juros, o valor equivalente do preço  $v$ , transferido para o instante  $t_p$ , será  $v(1 + iT_x)$ .

Assim, o lucro com a venda do item  $x$ , abstraídos os custos de obtenção e armazenagem, será dado por:

Figura 6  
Pagamento diferido – hipótese 2:  $T_p \geq T_s + T_c$



$$Lx = v(1 + i.Tx) - c \quad (33)$$

ou

$$Lx = v + i.v.Tx - c = m + i.v.Tx \quad (34)$$

O resultado da venda de um lote é dado pela soma dos diversos  $Lx$ :

$$L_Q = \sum_{x=1}^Q Lx = m.Q + i.v. \sum_{x=1}^Q Tx \quad (35)$$

A figura 6 mostra que:

$$Tx = Tp - \frac{1}{D} |ES + (x - 1/2)| \quad (36)$$

Logo:

$$\sum_{x=1}^Q Tx = Q.Tp - \frac{Q}{D} ES - \frac{1}{D} \sum_{x=1}^Q (x - 1/2) \quad (37)$$

Já vimos no item 3, e, equações (17) e (19) que:

$$\sum_{x=1}^Q (x - 1/2) = \frac{Q^2}{2} \quad (38)$$

Substituindo a equação (38) na equação (37) e esta na equação (35), obtemos:

$$L_Q = m.Q + i.v.Q.Tp - \frac{Q}{D} i.v. ES - \frac{i.v.Q^2}{2D} \quad (39)$$

Multiplicando  $L_Q$  pelo número de ordens emitidas por ano chegamos ao resultado anual:

$$LA = n.L_Q = \frac{D}{Q} L_Q = Dm + i.v.D.Tp - i.v. ES - \frac{i.v.Q}{2} \quad (40)$$

ou

$$LA = Dv - Dc + i.v. |DTp - (ES + \frac{Q}{2})| \quad (41)$$

As duas primeiras parcelas correspondem, respectivamente, à receita direta anual e ao custo direto anual; a terceira nos dá a receita financeira anual:

$$RFA = i.v. |DTp - (ES + \frac{Q}{2})| \quad (42)$$

Acrescentando à equação (41) as expressões correspondentes aos custos de obtenção e de armazenagem, chegamos à função objetivo da hipótese 2:

$$LTA = Dv - Dc - \frac{DP}{Q} - ac. ES - \frac{a.c.Q}{2} + i.v.D.Tp - i.v.ES - \frac{i.v.Q}{2} \quad (43)$$

Derivando e igualando a zero, vem:

$$\frac{d(LTA)}{dQ} = 0 - 0 + \frac{DP}{Q^2} - 0 - \frac{a.c}{2} + 0 - 0 - \frac{i.v}{2} = 0 \quad (44)$$

E, resolvendo a equação (44), teremos

$$Q_{II} = \sqrt{\frac{2 DP}{ac + iv}} \quad (45)$$

O denominador da raiz pode ainda ser modificado como segue:

$$ac + iv = ac + i(c + m) = jc + im \quad (46)$$

o que nos dá outra fórmula alternativa para o lote econômico na hipótese 2:

$$Q_{II} = \frac{2 DP}{jc + im} \quad (47)$$

A análise das equações (45) e (47) nos mostra que:

a) contrariamente ao que se poderia esperar, o lote  $Q_{II}$ , válido quando o pagamento ocorre após o seu esgotamento, é menor do que o lote econômico clássico;

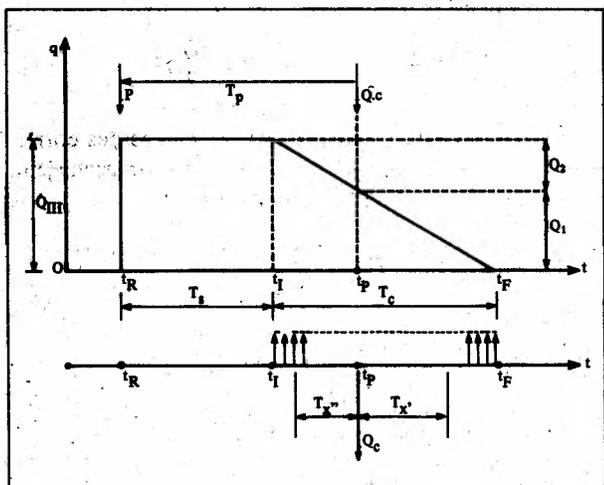
b) para qualquer  $Tp \geq Ts + Tc$ , o lote  $Q_{II}$  é o mesmo. Neste aspecto, os lotes  $Q_I$  e  $Q_{II}$  se comportam de maneira análoga. Se o pagamento ocorre antes do início do consumo do lote (ver figura 5), qualquer que seja essa antecedência, o lote ótimo é invariável e igual a  $Q_I$ . Já se o pagamento ocorre após o esgotamento total do lote (ver figura 6), qualquer que seja esse diferimento, o lote ótimo é invariável e igual a  $Q_{II}$ .

**Hipótese 3:  $T_s < T_p < T_s + T_c$**

Esta hipótese está representada na figura 7.

Neste caso, um item genérico  $x$  tanto pode ser vendido antes como depois de ter sido pago. O lote  $Q_{III}$  pode, portanto, ser dividido em duas parcelas: um sublote  $Q_2$ , consumido antes do pagamento ocorrido no momento  $tp$ , e um sublote  $Q_1$ , utilizado após esse pagamento.

Figura 7  
Pagamento diferido – hipótese 3:  $T_s \leq T_p \leq T_s + T_c$



Para cada prazo de pagamento  $T_p$ , a quantidade  $Q_2$  é fixa e dada por:

$$Q_2 = D(T_p - T_s) \quad (48)$$

A quantidade  $Q_1$  varia de acordo com o tamanho do lote:

$$Q_1 = Q - Q_2 \quad (49)$$

As funções de receita e custo da hipótese 3, consideradas em base anual, são as seguintes:

a) receita anual:  $RA = Dv$ ; (11)

b) custo direto anual:  $CDA = D.C$ ; (1)

c) custo anual de obter:  $CAO = DP/Q$ ; (3)

d) custo anual de armazenagem:  $CAA = ac(ES + Q/2)$ ; (12)

e) custo financeiro de manter o estoque de segurança: é igual a zero, uma vez que o pagamento ocorre após o esgotamento do  $ES$ ;

f) custo financeiro de manter o estoque operacional: pode ser demonstrado com ajuda da figura 7.

As peças  $x'$ , que compõem o sublote  $Q_1$ , apresentam um custo financeiro decorrente do pagamento antecipado em relação às vendas. Sendo  $T_{x'}$ , o tempo decorrido entre o pagamento do lote e a venda desse item, abstraídos os custos de obtenção e armazenagem, será dado por:

$$L_{x'} = m - c.i.T_{x'} \quad (14)$$

O resultado da venda da quantidade  $Q_1$  é dado pela soma dos diversos  $L_{x'}$ :

$$L_{Q_1} = \sum_{x'=1}^{Q_1} L_{x'} = m.Q_1 - i.c. \sum_{x'=1}^{Q_1} T_{x'} \quad (15)$$

A figura 7 mostra que:

$$T_{x'} = \frac{1}{D} (x' - 1/2) \quad (50)$$

Logo:

$$\sum_{x'=1}^{Q_1} T_{x'} = \frac{1}{D} \sum_{x'=1}^{Q_1} (x' - 1/2) = \frac{Q_1^2}{20} \quad (51)$$

e:

$$L_{Q_1} = m.Q_1 - \frac{i.c.Q_1^2}{2D} \quad (52)$$

Já as unidades  $x''$ , do lote  $Q_2$ , têm um ganho financeiro, pois o pagamento ocorre depois das vendas efetuadas.

Sendo  $T_{x''}$  o tempo decorrido entre a venda do item  $x''$  e o pagamento do lote, o lucro com a venda desse item, abstraídos os custos de obtenção e armazenagem, será dado por:

$$L_{x''} = m + i.v.T_{x''} \quad (34)$$

O resultado da venda da quantidade  $Q_2$  é dado pela soma dos diversos  $L_{x''}$ :

$$L_{Q_2} = \sum_{x''=1}^{Q_2} L_{x''} = m.Q_2 + i.v. \sum_{x''=1}^{Q_2} T_{x''} \quad (35)$$

A figura 7 mostra que:

$$T_{x''} = \frac{1}{D} (x'' - 1/2) \quad (53)$$

Logo:

$$\sum_{x''=1}^{Q_2} T_{x''} = \frac{1}{D} \sum_{x''=1}^{Q_2} (x'' - 1/2) = \frac{Q_2^2}{2D} \quad (54)$$

e:

$$L_{Q_2} = m.Q_2 + \frac{i.v.Q_2^2}{2D} \quad (55)$$

Somando as equações (52) e (55), obtemos o resultado da venda de todo o lote  $Q$ :

$$L_Q = L_{Q_1} + L_{Q_2} = m(Q_1 + Q_2) + \frac{i.v.Q_2^2}{2D} - \frac{i.c.Q_1^2}{2D} \quad (56)$$

Multiplicando  $L_Q$  pelo número de ordens emitidas por ano, chegamos ao resultado anual:

$$L_A = n.L_Q = \frac{D}{Q} . L_Q = Dm + \frac{i.v.Q_2^2}{2Q} - \frac{i.c.Q_1^2}{2Q} \quad (57)$$

Lembrando que  $Q_1 = Q - Q_2$ , substituímos na equação (57) para obter a expressão de  $L_A$  em função de apenas uma incógnita,  $Q$ :

$$L_A = Dv - Dc + \frac{i.v.Q_2^2}{2Q} - \frac{i.c.Q_2^2}{2Q} - \frac{i.c.Q}{2} + i.c.Q_2 \quad (58)$$

As duas primeiras parcelas correspondem, respectivamente, à receita direta anual e ao custo direto anual; a terceira nos dá a receita ou custo financeiro anual:

$$RFA = i.v. \frac{Q_2^2}{2Q} - i.c. \left( \frac{Q_2^2}{2Q} + \frac{Q}{2} - Q_2 \right) \quad (59)$$

g) lucro total anual: a função objetivo da hipótese 3 é obtida acrescentando-se, à equação (59), as expressões correspondentes aos custos de obtenção e de armazenagem:

$$LTA = Dv - Dc - \frac{DP}{Q} - ac. ES - \frac{a.c.Q}{2} + \frac{i.v.Q_2^2}{2Q} - \frac{i.c.Q}{2} + i.c.Q_2 \quad (60)$$

Derivando e igualando a zero, vem:

$$\frac{d(LTA)}{dQ} = 0 - 0 + \frac{DP}{Q^2} - 0 - \frac{a.c.}{2} - \frac{i.v.Q_2^2}{2Q^2} + \frac{i.c.Q_2^2}{2Q^2} - \frac{i.c.}{2} + 0 = 0 \quad (61)$$

E resolvendo a equação (61), teremos:

$$Q_{III} = \sqrt{\frac{2 DP - i.m.Q_2^2}{j.c}} \quad (62)$$

ou, lembrando a equação (48):

$$Q_{III} = \sqrt{\frac{2 DP - i.m.D^2 (Tp - Ts)^2}{j.c}} \quad (63)$$

As fórmulas (62) e (63) mostram por que o lote ótimo diminui quando o pagamento é diferido: o ganho financeiro conseguido atua como um redutor do custo de obter, o que permite compras mais freqüentes de lotes menores.

A hipótese 3 é válida se  $T_s < T_p < T_s + T_c$ .

Analisemos a fórmula do lote ótimo nos valores extremos da faixa.

1. Se  $T_p = T_s$ , segue-se que  $(T_p - T_s) = 0$  e, portanto:

$$Q_{III} = \sqrt{\frac{2 DP}{j.c}} = Q_I = Q_E \quad (64)$$

2. Se  $T_p = T_s + T_c$ , então  $(T_p - T_s) = T_c$  e, portanto:

$$Q_{III} = \sqrt{\frac{2 DP - i.m.D^2 T_c^2}{j.c}} = \sqrt{\frac{2 DP - i.m.Q^2_{III}}{j.c}} \quad (65)$$

Resolvendo a equação (65), chegamos a:

$$Q_{III} = \sqrt{\frac{2 DP}{j.c + i.m}} = Q_{II} \quad (66)$$

## 5. RESUMO DO MODELO PROPOSTO

O modelo clássico pressupõe que o pagamento do lote é feito no momento do seu recebimento e o correspondente lote econômico de mínimo custo é dado por:

$$Q_E = \sqrt{\frac{2 DP}{j.c}} \quad (10)$$

Se o pagamento é feito após o recebimento do lote, pode ocorrer uma de três hipóteses.

### Hipótese 1

O pagamento é feito antes do início do consumo do lote ( $T_p \leq T_s$ ). O efeito deste pagamento diferido é o de reduzir, ou mesmo eliminar, o custo financeiro de manter o estoque de segurança, sem, no entanto, alterar o lote ótimo, que permanece igual ao lote clássico:

$$Q_I = \sqrt{\frac{2 DP}{j.c}} = Q_E \quad (32)$$

### Hipótese 2

O pagamento é feito após o esgotamento do lote ( $T_p \geq T_s + T_c$ ). Neste caso, o custo financeiro de manter estoque é igual a zero, o que resulta em um lote ótimo menor do que o anterior:

$$Q_{II} = \sqrt{\frac{2 DP}{j.c + i.m}} \quad (47)$$

Quanto maior for o prazo concedido para o pagamento, maior será o ganho financeiro, mas o lote ótimo permanece inalterado e igual a  $Q_{II}$ .

### Hipótese 3

O pagamento é feito durante o consumo do lote ( $T_s < T_p < T_s + T_c$ ). Aqui uma parcela do lote, vendida antes do seu pagamento, apresenta um ganho financeiro; a parcela restante tem um custo financeiro de manter estoque. A fórmula do lote ótimo, nesta hipótese, é:

$$Q_{III} = \frac{2 DP - i.m.D^2 (Tp - Ts)^2}{j.c} \quad (63)$$

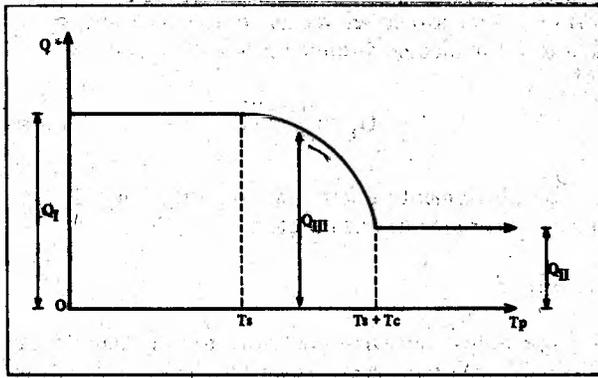
Verifica-se que o ganho financeiro pelo pagamento diferido, que à primeira vista poderia diminuir o custo de manter, atua na realidade como um redutor do custo de obter, resultando em lotes menores e compras mais freqüentes.

Nos casos extremos desta hipótese,  $T_p = T_s$  e  $T_p = T_s + T_c$ , os lotes ótimos são iguais, respectivamente, aos lotes  $Q_I$  e  $Q_{II}$ .

A figura 8 mostra como varia o lote ótimo em função do prazo para pagamento.

As funções objetivo e de custo variável anual (CVA = soma das parcelas de custo que variam quando varia o tamanho de lote), utilizadas no cálculo das fórmulas anteriores são recapituladas a seguir:

Figura 8  
Lote ótimo em função do prazo para pagamento



• Modelo Clássico

$$LTA_E = D(v - c) - j.c. ES - \frac{DP}{Q} - \frac{j.c.Q}{2} \quad (24)$$

$$CVA_E = \frac{DP}{Q} + \frac{j.c.Q}{2} \quad (67)$$

• Hipótese 1

$$LTA_I = D(v - c) - j.c.ES + i.c.D Tp - \frac{DP}{Q} - \frac{j.c.Q}{2} \quad (30)$$

$$CVA_I = \frac{DP}{Q} + \frac{j.c.Q}{2} \quad (68)$$

• Hipótese 2

$$LTA_{II} = D(v - c) - (ac + iv) ES + iv DTp - \frac{DP}{Q} - \frac{(ac + iv)Q}{2} \quad (43)$$

$$CVA_{II} = \frac{DP}{Q} + \frac{(ac + iv) Q}{2} \quad (69)$$

• Hipótese 3

$$LTA_{III} = D(v - c) - ac.ES + ic D (Tp - Ts) - \frac{2DP - i(v - c) D^2 (Tp - Ts)^2}{2Q} - \frac{j.c.Q}{2} \quad (60)$$

$$CVA_{III} = \frac{2DP - i(v - c) D^2 (Tp - Ts)^2}{2Q} + \frac{j.c.Q}{2} \quad (70)$$

De acordo com a figura 8, o lote ótimo estabiliza quando  $Tp = Ts + Tc$ . Nesse ponto, a soma dos custos anuais relacionados com o estoque operacional é igual a:

$$CAEO_{II} = CVA_{II} - ivDTc = \frac{DP}{Q_{II}} + \frac{(ac + iv) Q_{II}}{2} - iv Q_{II} \quad (71)$$

$$\therefore CAEO_{II} = \frac{DP}{Q_{II}} - \frac{(iv - ac) Q_{II}}{2} \quad (72)$$

A relação entre os CAEO referente a  $Tp = 0$  (modelo clássico) e  $Tp = Ts + Tc$  é dada por:

$$r = \frac{CAEO_{II}}{CAEO_E} = \frac{CAEO_{II}}{CVA_E} = \frac{\frac{DP}{Q_{II}} - \frac{(iv - ac) Q_{II}}{2}}{j.c.Q_E} \quad (73)$$

$$\therefore r = \frac{DP}{j.c.} \cdot \frac{1}{Q_{II} Q_E} - \frac{iv - ac}{2 j.c.} \frac{Q_{II}}{Q_E} \quad (74)$$

Sabemos que:  $\frac{DP}{j.c.} = \frac{Q_E^2}{2}$  (25)

Substituindo (25) em (74), temos:

$$r = \frac{1}{2} \left( \frac{Q_E}{Q_{II}} - \frac{iv - ac}{j.c.} \cdot \frac{Q_{II}}{Q_E} \right) \quad (75)$$

$$\therefore r = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{j.c. + im}{j.c.}} - \frac{iv - ac}{j.c.} \sqrt{\frac{j.c.}{j.c. + im}} \right) \quad (76)$$

E, desenvolvendo (76), chegamos a:

$$r = \frac{ac}{\sqrt{j.c. (ac + iv)}} = \frac{ac}{\sqrt{j.c. (j.c. + im)}} \quad (77)$$

6. EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

Para simular a aplicação do modelo proposto, foram relacionados cinco exemplos de itens de diferentes valores de demanda, cujas características principais estão descritas na tabela 1.

Com as equações (32), (47) e (63), calculamos respectivamente os lotes  $Q_I$ ,  $Q_{II}$  e  $Q_{III}$  dos cinco itens (ver tabela 2).

O tamanho do lote varia em função do prazo estabelecido para o seu pagamento. Da mesma forma, variam o investimento em estoque, o giro de estoque, os custos de obtenção e de armazenagem, o custo ou ganho financeiro de manter estoque e o lucro total anual.

As figuras 9 a 13 mostram, para cada um dos cinco exemplos, o comportamento de algumas daquelas variáveis, para prazos de entrega variando de zero a 90 dias.

Os resultados correspondentes ao pagamento no recebimento, a 30, 60 e 90 dias, são destacados nas tabelas 3 a 7.

Resta comparar os resultados apresentados pelos cinco itens com os que seriam alcançados se tivesse sido utilizado apenas o lote econômico clássico. Para tanto, utilizaremos as seguintes definições:

• Custo variável – Lote clássico: no modelo clássico, é o valor mínimo da parcela do custo total anual – ver equação (8) – que varia com o tamanho de lote.

Tabela 1  
Cinco itens de estoque

Item	A	B	C	D	E
c = custo unitário	Cr\$ 10.000,00	Cr\$ 1.000,00	Cr\$ 160,00	Cr\$ 30,00	Cr\$ 10,00
D = demanda anual	3.000 unidades	1.500 unidades	1.200 unidades	1.800 unidades	1.500 unidades
V = valor de demanda anual	Cr\$ 30.000.000,00	Cr\$ 1.500.000,00	Cr\$ 120.000,00	Cr\$ 54.000,00	Cr\$ 15.000,00
v = preço de venda unitário	Cr\$ 18.000,00	Cr\$ 1.800,00	Cr\$ 250,00	Cr\$ 60,00	Cr\$ 30,00
m = margem de contribuição unitária	Cr\$ 8.000,00	Cr\$ 800,00	Cr\$ 150,00	Cr\$ 30,00	Cr\$ 20,00
Coefficiente de variação da demanda mensal	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
NS = Nível de serviço desejado	95%	98%	99%	99,9%	99,99%
L = prazo de entrega	1 semana	2 semanas	1 mês	1 mês	1 mês
ES = estoque de segurança	40 unidades	40 unidades	50 unidades	150 unidades	150 unidades
T <sub>s</sub> = tempo de consumo de ES	0,0133 ano	0,0267 ano	0,0417 ano	0,0833 ano	0,1000 ano
P = custo de colocação de uma ordem de compra	Cr\$ 2.500,00	Cr\$ 2.500,00	Cr\$ 2.500,00	Cr\$ 2.500,00	Cr\$ 2.500,00
i = taxa de juros	40% a.a.	40% a.a.	40% a.a.	40% a.a.	40% a.a.
a = taxa de armazenagem	10% a.a.	10% a.a.	10% a.a.	10% a.a.	10% a.a.

Tabela 2  
Lotes Q<sub>I</sub>, Q<sub>II</sub> e Q<sub>III</sub>

Item	A	B	C	D	E
Hipótese 1	Q <sub>I</sub> 54,77 unidades	122,47 unidades	346,71 unidades	774,60 unidades	1.224,74 unidades
T <sub>p</sub> < T <sub>s</sub>	T <sub>I</sub> 0,0183 ano	0,0816 ano	0,2887 ano	0,4303 ano	0,8165 ano
Hipótese 2	Q <sub>II</sub> 42,77 unidades	95,64 unidades	233,55 unidades	577,35 unidades	759,55 unidades
T <sub>p</sub> > T <sub>s</sub> + T <sub>c</sub>	T <sub>II</sub> 0,0143 ano	0,0638 ano	0,1946 ano	0,3208 ano	0,5064 ano
Hipótese 3	Q <sub>III</sub> $10\sqrt{30-57.600(Tp-Ts)^2}$	$10\sqrt{150-14.400(Tp-Ts)^2}$	$100\sqrt{12-172,8x(Tp-Ts)^2}$	$100\sqrt{60-259,2x(Tp-Ts)^2}$	$100\sqrt{150-360x(Tp-Ts)^2}$
T <sub>s</sub> < T <sub>p</sub> < T <sub>s</sub> + T <sub>c</sub>	f(T <sub>p</sub> )				

Tabela 3  
Aplicação do modelo do item A

Prazo para pagamento	No recebimento	30 dias	60 dias	90 dias
Q* = lote ótimo	55 unidades	43 unidades	43 unidades	43 unidades
G = giro de estoque	44,5/ano	48,9/ano	48,9/ano	48,9/ano
SF = saldo financeiro	- Cr\$ 269.500,00	+ Cr\$ 1.358.000,00	+ Cr\$ 3.157.300,00	+ Cr\$ 4.958.700,00
LTA = Lucro total anual	Cr\$ 23.526.000,00	Cr\$ 25.121.000,00	Cr\$ 26.921.000,00	Cr\$ 28.722.000,00

Tabela 4  
Aplicação do modelo ao item B

Prazo para pagamento	No recebimento	30 dias	60 dias	90 dias
Q* = lote ótimo	122 unidades	102 unidades	96 unidades	96 unidades
G = giro do estoque	14,8/ano	16,5/ano	17,1/ano	17,1/ano
SF = saldo financeiro	- Cr\$ 40.500,00	+ Cr\$ 24.900,00	+ Cr\$ 116.800,00	+ Cr\$ 206.700,00
LTA = lucro total anual	Cr\$ 1.119.000,00	Cr\$ 1.179.000,00	Cr\$ 1.269.000,00	Cr\$ 1.359.000,00

Tabela 5  
Aplicação do modelo ao item C

Prazo para pagamento	No recebimento	30 dias	60 dias	90 dias
Q* = lote ótimo	346 unidades	342 unidades	305 unidades	234 unidades
G = giro de estoque	5,38/ano	5,43/ano	5,93/ano	7,20/ano
SF = saldo financeiro	- Cr\$ 8.900,00	- Cr\$ 4.600,00	+ Cr\$ 2.100,00	+ Cr\$ 13.300,00
LTA = lucro total anual	Cr\$ 160.000,00	Cr\$ 164.000,00	Cr\$ 170.000,00	Cr\$ 179.000,00

Tabela 6  
Aplicação do modelo ao item D

Prazo para pagamento	No recebimento	30 dias	60 dias	90 dias
$Q^*$ = lote ótimo	775 unidades	775 unidades	763 unidades	727 unidades
$G$ = giro de estoque	3,35/ano	3,35/ano	3,39/ano	3,51/ano
$SF$ = saldo financeiro	- Cr\$ 6.400,00	- Cr\$ 4.600,00	- Cr\$ 2.600,00	- Cr\$ 20,00
$LTA$ = lucro total anual	Cr\$ 40.000,00	Cr\$ 42.000,00	Cr\$ 44.000,00	Cr\$ 46.000,00

Tabela 7  
Aplicação do modelo ao item E

Prazo para pagamento	No recebimento	30 dias	60 dias	90 dias
$Q^*$ = lote ótimo	1.225 unidades	1.225 unidades	1.218 unidades	1.191 unidades
$G$ = giro de estoque	1,967/ano	1,967/ano	1,976/ano	2,012/ano
$SF$ = saldo financeiro	- Cr\$ 3.000,00	- Cr\$ 2.500,00	- Cr\$ 2.000,00	- Cr\$ 1.300,00
$LTA$ = lucro total anual	Cr\$ 23.100,00	Cr\$ 23.600,00	Cr\$ 24.200,00	Cr\$ 24.800,00

Figura 9  
Item A;  $V = \text{Cr\$ } 30 \text{ milhões/ano}$

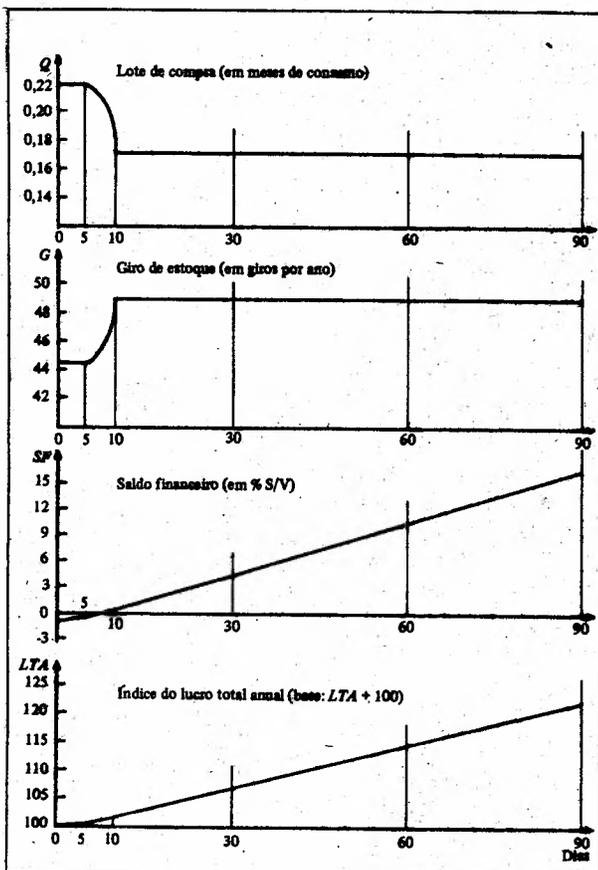
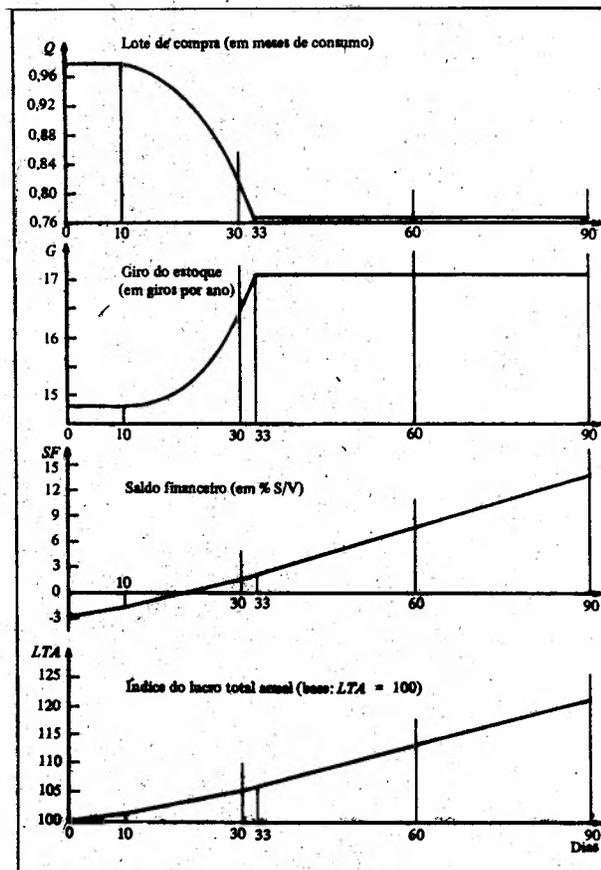


Figura 10  
Item B;  $V + \text{Cr\$ } 1,5 \text{ milhão/ano}$



$$CAEO_E = CVA_E = \frac{DP}{Q_E} + \frac{j_c Q_E}{2} = \sqrt{2 j_c D P} \quad (78)$$

● Saldo operacional anual: soma do custo anual de estoque operacional com o saldo financeiro anual. Representaremos  $SOA^*$  o saldo variável anual obtido com a aplicação do modelo proposto; e por  $(SDA)_0$  aquele resultante da adoção do lote econômico clássico mesmo com pagamento diferido.

A tabela 8 apresenta o caso em que os lotes são pagos 30 dias após o seu recebimento. Analisando essa tabela, juntamente com as figuras 9 a 13, verificamos que:

a) o item A gira o seu estoque cinco vezes antes do pagamento do primeiro lote; em razão disso, e também devido ao seu alto valor de demanda, esse item apresenta um elevado ganho financeiro decorrente do pagamento a prazo ( $GF$ ). Os demais itens apresentam ganhos progressivamente menores. Para os itens D e E,  $GF = 0$ ; entre-

Figura 11  
Item C;  $V = \text{Cr\$ } 120 \text{ mil/ano}$

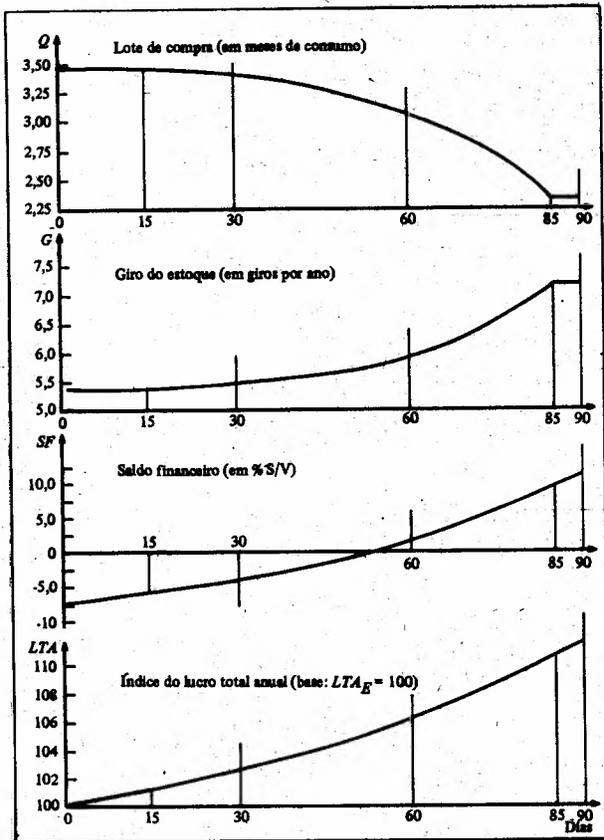


Figura 12  
Item D,  $V = \text{Cr\$ } 54 \text{ mil/ano}$

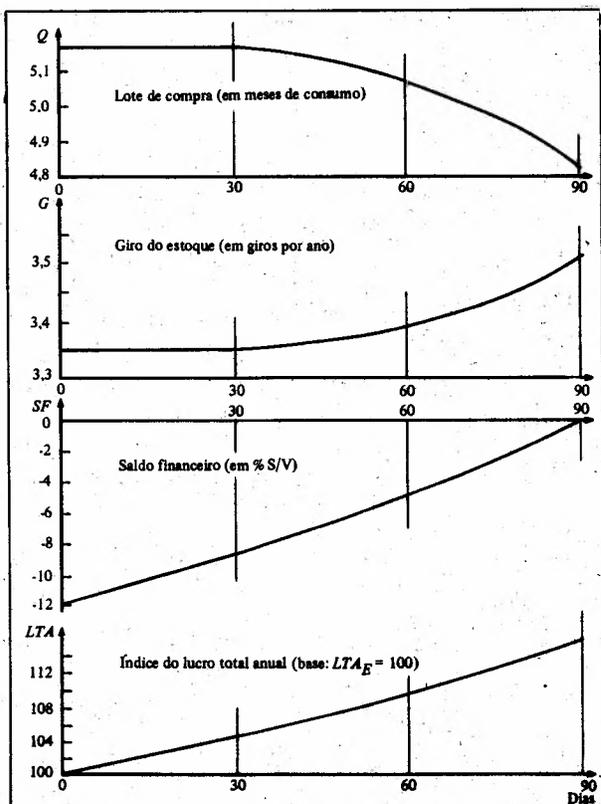
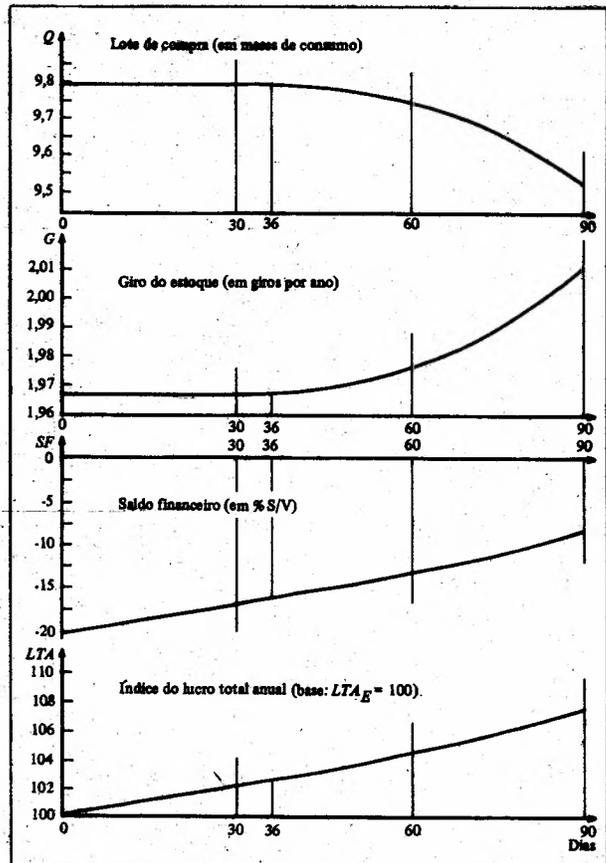


Figura 13  
Item E;  $V = \text{Cr\$ } 15 \text{ mil/ano}$



tanto, já verificamos que, mesmo para esses itens, o pagamento a 30 dias é vantajoso, pois reduz consideravelmente o custo financeiro de manter o estoque de segurança;

b) o ganho adicional obtido com a utilização do modelo proposto ( $GQ$ ) é maior para os itens de maior valor de demanda. Para os itens D e E,  $GQ = 0$ , uma vez que apresentam, para pagamento a 30 dias, lote ótimo igual ao lote econômico clássico.

As tabelas 9 e 10 apresentam os casos em que o pagamento ocorre, respectivamente, a 60 e a 90 dias. Os resultados são semelhantes ao da tabela 8, salientando-se apenas o ganho financeiro ( $GF$ ), que, conforme já demonstrado anteriormente, é tanto maior quanto maior for o prazo de pagamento.

Em cada caso, o ganho adicional devido à adoção do modelo proposto atinge o valor máximo quando  $T_p = T_s + T_c$ , ou seja, quando o lote ótimo atinge o seu valor mínimo:  $Q^* = Q_{II}$ .

A tabela 11 mostra os ganhos adicionais máximos obtidos com a adoção do modelo proposto, bem como o prazo mínimo,  $T_p = T_s + T_c$ , para que esse ganho seja atingido. Esta mesma tabela compara ainda os custos anuais dos estoques operacionais — CAEO, equação (72) — correspondentes ao prazo mínimo,  $T_p = T_s + T_c$ , resultantes da utilização dos lotes  $Q_{II}$  e  $Q_E$ .

Tabela 8  
Pagamento a 30 dias

Item	- CVA <sub>E</sub> Custo incorrido o quando o pagamento é feito no ato do recebimento	GF Ganho financeiro obtido com o pagamento a prazo	(SOA) <sub>Q</sub> SVA correspondente ao lote econômico clássico (Q <sub>E</sub> )	GQ: Ganho adicional obtido com a adoção do modelo proposto	SOA* SVA correspondente ao lote econômico com pagamento a prazo (Q*)
A	- Cr\$ 274.000,00	+ Cr\$ 1.344.000,00	+ Cr\$ 1.150.000,00	+ Cr\$ 11.000,00	+ Cr\$ 1.161.000,00
B	- Cr\$ 61.200,00	+ Cr\$ 79.000,00	- Cr\$ 17.800,00	+ Cr\$ 800,00	- Cr\$ 17.000,00
C	- Cr\$ 17.320,00	+ Cr\$ 2.212,00	- Cr\$ 15.108,00	+ Cr\$ 2,00	- Cr\$ 15.106,00
D	- Cr\$ 11.620,00	0	- Cr\$ 11.620,00	0	- Cr\$ 11.620,00
E	- Cr\$ 6.123,70	0	- Cr\$ 6.123,70	0	- Cr\$ 6.123,70

a) Valores em Cr\$

b) Números-Índice (Base: CVA = 100)

A	-100	+520	+420	+4	+424
B	-100	+129,1	-29,1	+1,3	-27,8
C	-100	+12,8	-87,2	+0,0	-87,2
D	-100	0	-100	0	-100
E	-100	0	-100	0	-100

Tabela 9  
Pagamento a 60 dias

Item	- CVA	GF	(SOA) <sub>Q</sub>	GQ	SOA*
A	- Cr\$ 274.000,00	+ Cr\$ 3.144.000,00	+ Cr\$ 2.950.000,00	+ Cr\$ 11.000,00	+ Cr\$ 2.961.000,00
B	- Cr\$ 61.200,00	+ Cr\$ 131.600,00	+ Cr\$ 70.400,00	+ Cr\$ 2.400,00	+ Cr\$ 72.800,00
C	- Cr\$ 17.320,00	+ Cr\$ 7.950,00	- Cr\$ 9.370,00	+ Cr\$ 120,00	- Cr\$ 9.250,00
D	- Cr\$ 11.620,00	+ Cr\$ 1.976,00	- Cr\$ 9.644,00	+ Cr\$ 1,00	- Cr\$ 9.643,00
E	- Cr\$ 6.123,70	+ Cr\$ 432,60	- Cr\$ 5.691,10	+ Cr\$ 0,10	- Cr\$ 5.691,00

b) Números-Índice (Base: CVA = 100)

A	-100	+1177	+1077	+4	+1081
B	-100	+215	+115	+4	+119
C	-100	+45,9	-54,1	+0,7	-53,4
D	-100	+17,0	-83,0	+0,0	-83,0
E	-100	+7,07	-92,93	+0,00	-92,93

Tabela 10  
Pagamento a 90 dias

Item	-CVA	GF	(SOA) <sub>Q</sub>	GQ	SOA*
A	- Cr\$ 274.000,00	+ Cr\$ 4.945.000,00	+ Cr\$ 4.751.000,00	+ Cr\$ 11.000,00	+ Cr\$ 4.762.000,00
B	- Cr\$ 61.200,00	+ Cr\$ 221.500,00	+ Cr\$ 160.300,00	+ Cr\$ 2.400,00	+ Cr\$ 162.700,00
C	- Cr\$ 17.320,00	+ Cr\$ 14.600,00	- Cr\$ 2.720,00	+ Cr\$ 2.020,00	- Cr\$ 700,00
D	- Cr\$ 11.620,00	+ Cr\$ 4.300,00	- Cr\$ 7.320,00	+ Cr\$ 20,00	- Cr\$ 7.300,00
E	- Cr\$ 6.123,70	+ Cr\$ 1.065,30	- Cr\$ 5.058,40	+ Cr\$ 2,30	- Cr\$ 5.056,10

b) Números-Índice (Base: CVA = 100)

A	-100	+1835	+1735	+4	+1739
B	-100	+362	+262	+4	+266
C	-100	+84,3	-15,7	+11,7	-4,0
D	-100	+37,0	-63,0	+0,2	-62,8
E	-100	+17,40	-82,60	+0,04	-82,56

Tabela 11  
CAEO e CQ para  $T_p = T_s + T_c$

Item	$T_p = T_s + T_c$ prazo mínimo para o $GQ_{max}$	$r$ (eq. 77)	$-CVA_E$	$CAEO_{II} =$ $CAEO$ com $Q_{II}$ em $T_p = T_s + T_c$	$CAEO_Q =$ $CAEO$ com $Q_E$ em $T_p = T_s + T_c$	$GQ_{max}$ máximo ganho adicional devido ao modelo proposto
dias      a) Valores em Cr\$						
A	10	0,1562	-Cr\$ 274.000,00	-Cr\$ 42.800,00	-Cr\$ 53.800,00	Cr\$ 11.000,00
B	33	0,1562	-Cr\$ 61.200,00	-Cr\$ 9.600,00	-Cr\$ 12.000,00	Cr\$ 2.400,00
C	85	0,1348	-Cr\$ 17.320,00	-Cr\$ 2.330,00	-Cr\$ 4.350,00	Cr\$ 2.020,00
D	145	0,1491	-Cr\$ 11.620,00	-Cr\$ 1.733,00	-Cr\$ 3.249,00	Cr\$ 1.516,00
E	218	0,1240	-Cr\$ 6.123,70	-Cr\$ 759,30	-Cr\$ 2.249,30	Cr\$ 1.490,00
dias      b) Números-Índice (Base: CVA = 100)						
A	10	0,1562	-100	-15,6	-19,6	4,0
B	33	0,1562	-100	-15,6	-19,6	4,0
C	85	0,1348	-100	-13,5	25,2	11,7
D	145	0,1491	-100	-14,9	-28,0	13,1
E	218	0,1240	-100	-12,4	-36,7	24,3

## 7. CONCLUSÕES

O modelo clássico de dimensionamento de lotes econômicos pressupõe que o pagamento de cada lote é feito no instante do seu recebimento. Neste caso, existe um custo financeiro de manter estoque, igual a:

$$CFA = i \cdot c \left( ES + \frac{Q}{2} \right) \quad (22)$$

Se a compra é feita a prazo, podem ocorrer três hipóteses:

- H.1 (figura 5): o pagamento é feito antes do início do consumo do lote; existe um ganho, correspondente à redução do custo financeiro de manter o estoque de segurança; o lote ótimo permanece igual ao lote econômico clássico.
- H.3 (figura 7): o pagamento é feito durante o consumo do lote; o custo financeiro de manter o estoque de segurança é zero; a parcela do lote consumida antes do pagamento apresenta um ganho financeiro, devido ao faturamento antecipado, que se contrapõe ao custo financeiro da parcela restante.

O ganho financeiro obtido em cada compra funciona como um redutor do custo de obter, fazendo com que a frequência ótima de encomendas aumente e o lote ótimo diminua em relação ao lote econômico clássico.

No limite desta hipótese, em que  $T_p = T_s + T_c$ , todo o lote é consumido antes do pagamento e o lote ótimo fica igual a:

$$Q^* = Q_{II} = \frac{2 DP}{j_c + i_m} \quad (47)$$

- H.2 (figura 6): a partir desse ponto, com  $T_p > T_s + T_c$ , temos ganhos financeiros tanto maiores quanto mais longos forem os prazos de pagamento; o lo-

te ótimo, entretanto, permanece constante e igual a  $Q_{II}$ .

Os exemplos numéricos da seção 6 mostram que a grande vantagem do pagamento a prazo está exatamente no ganho financeiro devido ao pagamento diferido. Esse ganho é maior para os itens de maior valor de demanda, em função de dois fatores: o próprio valor de demanda e o giro mais rápido de estoque do item.

A adoção do modelo proposto, de lote econômico de compra a prazo, proporciona um ganho adicional, sempre que o prazo de pagamento for maior do que o tempo de consumo do estoque de segurança ( $T_p > T_s$ ).

Em números absolutos, o ganho adicional é maior para os itens de maior valor de demanda, pelas mesmas razões apontadas antes. Em termos relativos, como mostra a tabela 11, o ganho adicional máximo é maior para os itens de menor valor de demanda.

Entretanto, os itens de valores de demanda mais baixos só conseguem os seus ganhos máximos para prazos de pagamento muito acima das práticas comerciais. Assim sendo, a possibilidade de ganhos adicionais mais significativos fica restrita aos itens de valores de demanda mais altos.

A análise dos custos anuais dos estoques operacionais apresentados na tabela 11 permite observar que:

a) a adoção do modelo apropriado aos pagamentos diferidos permite obter, além dos próprios ganhos financeiros, custos significativamente reduzidos em relação aos correspondentes do modelo clássico;

b) a adoção do lote econômico clássico em situações de pagamento a prazo produz custos relativamente para os itens de maior valor de demanda.

Podemos concluir que o lote econômico clássico, apesar das limitações apontadas no item 2, continua sendo uma ferramenta poderosa à disposição dos planejadores de estoques, constituindo-se em uma boa aproximação da solução ótima no caso das compras a prazo.