

# *Hedging* na produção de açúcar e álcool: uma integração de decisões financeiras e de produção

Anna Andrea Kajdacsy Balla Sosnoski<sup>a</sup>,  
Celma de Oliveira Ribeiro<sup>b\*</sup>

<sup>a</sup>anna.sosnoski@petrobras.com, PETROBRÁS, Brasil

<sup>b\*</sup>celma@usp.br, USP, Brasil

## Resumo

O risco financeiro ao qual o produtor agrícola está exposto no momento da comercialização do produto final demanda o uso de instrumentos de redução de risco, a fim de assegurar um preço que viabilize economicamente o processo produtivo. Este artigo analisa o problema de elaboração de estratégias de proteção financeira na presença de restrições de produção, através de um modelo de otimização multiperíodo determinístico. A incerteza é descrita através de árvores de cenários e o risco analisado através das abordagens clássicas de média-variância. O comportamento do modelo proposto é analisado no caso do mercado sucroalcooleiro, para a gestão financeira de usinas sucroalcooleiras, sendo as estratégias de *hedging* construídas com base no mercado futuro de álcool e açúcar.

## Palavras-chave

Otimização. *Hedging*. *Commodities* agrícolas. Mercado sucroalcooleiro. Risco.

## 1. Introdução

A evolução da agroindústria canavieira nacional e a incerteza presente nos preços dos produtos têm demandado um melhor posicionamento financeiro por parte dos produtores, exigindo o emprego de estratégias de produção e financeiras elaboradas. O mercado sucroalcooleiro é marcado por grande incerteza, o que impõe aos produtores uma definição adequada de políticas de produção e estruturação financeira.

Dentro das diversas possibilidades de proteção financeira existentes no mercado de capitais é comum o emprego de estratégias de compra e venda em mercados de derivativos, com destaque para o mercado futuro. Estes mercados são bastante líquidos e apropriados para assegurar preços de *commodities*, reduzindo o risco financeiro. Há uma extensa literatura a respeito de estratégias de redução de risco em mercados futuros, porém em geral admite-se que o investidor possui (ou deve adquirir) um ativo e procura vender (ou comprar) o mesmo ativo no mercado futuro de forma a fixar preços. A questão de gestão da posição física em geral não é considerada e

consequentemente a decisão de produção é tomada de forma isolada da estratégia financeira. Visando reduzir a lacuna existente entre o problema de redução de riscos financeiros e produção, este artigo considera estratégias de *hedging* em mercados futuros em conjunto com as decisões de produção de uma usina sucroalcooleira.

Dentre os diversos riscos associados ao processo de produção e comercialização de produtos derivados de cana-de-açúcar este artigo trata especificamente da gestão de risco de preço, que consiste na possibilidade do preço do produto final oscilar em sentido contrário ao interesse do produtor, caindo a níveis insuficientes para remunerar o custo de produção. No caso específico dos mercados de álcool e açúcar, a determinação de preços é bastante complexa tanto do ponto de vista de previsão quanto em termos da descrição dos processos estocásticos que regem os preços, o que dificulta a construção de estratégias.

O artigo está estruturado da seguinte maneira: a seção 2 apresenta conceitos referentes aos preços de *commodities* e estratégias de *hedging*. O modelo

proposto é apresentado na seção 3, sendo os resultados computacionais discutidos na seção 4. A conclusão é apresentada na seção 5.

## 2. Risco de preço e *hedging* no mercado sucroalcooleiro

Os mercados de *commodities* agrícolas, em particular o mercado sucroalcooleiro, apresentam peculiaridades que os distinguem dos mercados de ativos financeiros. Em função de sazonalidade, de variações climáticas, descasamentos de oferta e demanda, possibilidade de armazenagem, políticas protecionistas em âmbito mundial, entre outros fatores, os preços de *commodities* são marcados por grande volatilidade, o que dificulta significativamente a gestão financeira por parte de agentes do setor. Há duas questões importantes para o produtor rural: como financiar a produção desde o momento de plantio até a colheita e como assegurar preços ao final da colheita. Para o financiamento da produção o produtor conta com várias alternativas que incluem diferentes títulos de crédito regulados por lei. O processo de comercialização de *commodities* por sua vez pode ocorrer de diferentes maneiras, seja através do mercado à vista, a termo ou através de contratos de venda antecipada, o que inclui os mercados futuros.

Além dos movimentos sazonais resultantes de condições de plantio e colheita, peculiaridades do mercado mundial caracterizado por barreiras protecionistas e interferência governamental dificultam a tomada de decisão. A cana-de-açúcar tem sua colheita no início do outono, uma característica que determina o comportamento dos preços desses produtos. Nas estações comumente chuvosas do Brasil (setembro a março), a produção de cana cai (entressafra), aumentando nos meses de abril a agosto, período de pouca chuva, que é o período de safra. Em decorrência da evolução da tecnologia disponível para o cultivo e produção de cana e seus subprodutos, o período de safra e entressafra tem apresentado variações que levam à impossibilidade de identificar sazonalidade nestes preços através de análise estatística. No caso do açúcar, em particular, são observadas também oscilações nos preços do açúcar decorrentes de desajustes entre oferta e demanda em nível mundial.

No mercado de derivativos há diversos instrumentos que possibilitam a redução do risco de preço, em especial os contratos futuros e as opções. Este artigo trata especificamente de estratégias que empregam o mercado futuro. Através da combinação de duas posições, uma no mercado à vista e outra no mercado futuro, é possível reduzir o risco de preço a que um

produtor agrícola está exposto. Essas operações são conhecidas como estratégias de *hedging*. A questão de *hedging* com o uso de mercado futuro é objeto de estudo há mais de cinco décadas. Working (1953), em artigo clássico na área de *hedging* em *commodities*, discute o papel dos mercados futuros como instrumento de proteção contra flutuações de preços. O autor trata do uso de estratégias com futuros por parte dos diversos agentes do mercado, destacando a quase inexistência de produtores (*farmers*) que, na época, utilizavam essas ferramentas. Collins (1997) destaca o amplo espectro no uso de estratégias de *hedging*, que depende fundamentalmente do agente que o utiliza dentro da cadeia de suprimentos, e salienta a importância dos fundos de investimento dentro deste mercado. Tomek e Peterson (2001) discutem abordagens empregadas por produtores agrícolas na gestão de risco de preço e apontam as dificuldades existentes na construção de modelos para elaboração de estratégias de *hedging*. Garcia e Leuthold (2004) apontam como uma importante área de pesquisa a ligação entre o *hedging* e a estrutura de capital do produtor.

Em geral a elaboração de estratégias de *hedging* refere-se à construção de carteiras que maximizam a utilidade esperada do investidor, usualmente retratada pela minimização de alguma medida de risco. Ou seja, busca-se resolver o problema  $\max_{C_f} E[U(C_p)]$  onde  $C_f$  denota o número de unidades de contratos no mercado futuro que se deve comprar (ou vender) para cada unidade do ativo à vista  $C_s$  disponível, sendo  $U(.)$  a utilidade do investidor. Assume-se que a posição em caixa é fixa, se procura uma posição ótima no futuro, sendo que a função utilidade reflete a aversão ao risco do investidor. O quociente  $C_f/C_s$  é denominado razão de *hedge*.

Há essencialmente duas abordagens na construção de estratégias de *hedging*: as estáticas que presumem que a razão de *hedge* se mantém constante ao longo do tempo, desde a elaboração da estratégia até o momento em que uma posição é revertida (por exemplo, no vencimento do contrato futuro ou na execução da posição à vista), e as dinâmicas que são alteradas ao longo do tempo e envolvem o cálculo da razão de *hedge* com base em informações condicionais (CHEN; LEE; SHRESTHA, 2003). Um modelo estático bastante conhecido é o de mínima variância, proposto por Johnson (1960), na qual se minimiza o risco do portfólio, avaliado através da variância das mudanças no valor do portfólio *hedgado*, que conduz a uma expressão simples para o cálculo da razão de *hedge*. Emprega-se, neste caso, uma abordagem consistente com a de modelos de composição de carteiras proposta por Markowitz (LUENBERGER, 1997).

Poucos artigos na literatura procuram tratar de problemas de gestão de carteiras constituídas de ativos físicos e financeiros. Chen, Lee e Shrestha (2003) analisam modelos multiperíodo para elaboração de políticas de estoque e apereçamento, com base em medidas de utilidade aditivas que incorporam a aversão ao risco do investidor. Geman e Ohana (2008) tratam de problemas de armazenagem e venda de contratos por parte de um vendedor de varejo que trabalha em um universo no qual a demanda pelo produto e a evolução de preços é estocástica.

### 3. O modelo proposto

O modelo proposto para determinação de estratégias de *hedging* considera restrições de produção. Assume-se que um produtor sucroalcooleiro deve determinar uma estratégia de produção em conjunto com uma estratégia de *hedging* no mercado futuro, dentro de um horizonte de planejamento  $H$ , podendo optar, no período  $t \in \{0, 1, \dots, H\}$ , por três alternativas distintas: vender parte de sua produção no mercado físico à vista, armazenar parte de sua produção, ou vender no mercado futuro, adotando uma estratégia de *hedge* para parte de sua produção. Em cada período está disponível uma quantidade  $C$  de cana-de-açúcar que pode tanto ser convertida para álcool como para açúcar. A produção no instante  $t$  ( $X_t$ ) pode ser armazenada, vendida à vista ou no mercado futuro e, portanto,  $X_t$  se relaciona com as vendas realizadas no mercado físico ( $V_t$ ), as vendas realizadas no mercado futuro ( $VF_t$ ) e a variação do estoque naquele período ( $A_t - A_{t-1}$ ) de acordo com a Equação 1:

$$X_t = V_t + VF_t + A_t - A_{t-1} \quad (1)$$

$$t \in \{1, 2, \dots, H\}$$

O modelo busca maximizar a esperança da utilidade do investidor ao final de um período de um ano (em dias úteis). Admite-se que em um ano há  $H$  momentos de tomada de decisão coincidentes com os vencimentos dos produtos no mercado futuro de açúcar (no caso do mercado brasileiro  $H = 5$ , correspondente aos meses de fevereiro, abril, julho, setembro e novembro). As restrições do sistema produtivo referem-se à capacidade de produção, respeitando-se a capacidade máxima de processamento da cana-de-açúcar e a disponibilidade de matéria-prima em cada período do ano (presume-se que não é possível o armazenamento de cana-de-açúcar para processamento em um próximo período). A demanda mínima do mercado para os produtos principais – açúcar e álcool – deve ser atendida, assumindo-se limites superiores e inferiores de produção. Devido às limitações do espaço

físico para armazenagem dos produtos derivados da cana, é necessário considerar uma restrição que avalie o giro de estoque não permitindo o acúmulo excessivo da produção nos estoques. Destaca-se que a parcela da produção alocada para vendas no mercado futuro também necessita permanecer em estoque até o próximo vencimento. O modelo não considera a possibilidade de venda de mais de 100% da produção no mercado futuro.

Do ponto de vista de formalização é possível considerar a possibilidade de produção de álcool de segunda qualidade a partir do bagaço proveniente da produção original e também a oportunidade de geração de energia a partir desse bagaço. Conhecendo-se seus custos de produção e estocagem, e também o retorno obtido através da comercialização desses subprodutos, o modelo poderia ser capaz de definir a qual fim o bagaço se destinará. No entanto, devido à indisponibilidade de dados para análise optou-se por não incluir essas variáveis no modelo. A incerteza no modelo decorre apenas da variação dos preços de açúcar e álcool, descrita através de árvores de cenários. Os custos dos processos, bem como a demanda, são considerados determinísticos e admite-se que o usineiro limita o *hedging* a um percentual máximo da produção.

#### 3.1. Parâmetros do modelo

- $I = \{1, \dots, N\}$ : indexação dos produtos que podem ser produzidos pela usina.
- $T = \{1, 2, \dots, H\}$ : indexação dos períodos de tempo.
- $\Gamma = \{1, 2, \dots, S\}$ : indexação dos cenários.
- $\pi_s \in \Gamma$ : probabilidade de ocorrência do cenário  $s$ .
- $Ce_i$ : custo de armazenagem e movimentação do produto  $i$ .
- $Cp_{is}$ : custo de produção do produto  $i$  no tempo no cenário  $s$ .
- $PF_{is}(t)$ : preço do primeiro vencimento no mercado futuro do produto  $i$  no instante  $t$ , no cenário  $s$ .
- $PF_{is}(t)$ : preço do primeiro vencimento no mercado futuro do produto  $i \in I$  no instante  $t$ , no cenário  $s$ .
- $P_i(t)$ : preço do produto  $i \in I$  no instante  $t$ , no cenário  $s$ .
- $D_i(t)$ : demanda do produto  $i$  no tempo  $t$ .
- $C_{estoque,i}(t)$ : capacidade de armazenagem do produto  $i$  no tempo  $t$ .
- $C(t)$ : quantidade de cana disponível no tempo  $t$ . A quantidade máxima será considerada igual a 1, representando 100% da capacidade de produção; nos períodos de entressafra, este valor é reduzido chegando a 0.

- $K$ : capital mínimo requerido a cada período. Este valor é estimado como o mínimo de riqueza gerada necessária para manter o funcionamento da usina e permitir investimentos no próprio negócio.
- $Conv_{X \rightarrow Y}$ : conversor para determinar quantidade obtida de produto  $Y$  a partir de determinada quantidade de produto  $X$

### 3.2. Variáveis de decisão

Para todo  $t \in T$

- $A_i(t)$ : quantidade do produto  $i$ ,  $i \in I$ , estocado no tempo  $t$ .
- $V_i(t)$ : quantidade do produto  $i$ ,  $i \in I$ , vendido no tempo  $t$ .
- $VF_i(t)$ : quantidade do produto  $i$ ,  $i \in I$ , vendido no mercado futuro, tomada de decisão em  $t$  e liquidação da posição em  $t+1$ .
- $CF_i(t)$ : quantidade do produto  $i$ ,  $i \in I$ , comprado no mercado futuro, tomada de decisão em  $t$  e liquidação da posição em  $t+1$ .

As variáveis de decisão são medidas em porcentagem da capacidade da usina. Neste artigo apresenta-se a versão determinística do modelo na qual as variáveis de decisão independem do cenário considerado, ou seja, não é adotada uma abordagem de otimização estocástica. A incerteza nos preços é descrita através de árvores de cenários, de tal forma que a riqueza no tempo  $t$  em um cenário  $s$  é dada por  $R_s(t)$ ,  $t \in \{1, \dots, H\}$   $s \in \{1, 2, \dots, S\}$ .

### 3.3. Restrições

Presume-se que as estratégias de *hedging* sejam realizadas apenas no mercado futuro de açúcar uma vez que não há liquidez no mercado futuro de álcool. As restrições foram elaboradas para que as condições básicas de funcionamento da usina sejam atendidas. São elas:

$$R_s(t) = \sum_{i=1}^N (V_i(t)P_{is}(t)Conv_{cana \rightarrow i} - X_i(t)Cp_i(t)Conv_{cana \rightarrow i} + (VF_i(t) + A_i(t))Ce_i(t)Conv_{cana \rightarrow i} + (P_{is}(t) + PF_{is}(t-1) - PF_{is}(t))VF_i(t-1)Conv_{cana \rightarrow i} + (PF_{is}(t-1) - PF_{is}(t))CF_i(t-1)Conv_{cana \rightarrow i}) \quad \forall t \in \{2, \dots, H\} \quad \forall s \in T \quad (2)$$

$$X_i(t) = A_i(t) - A_i(t-1) + V_i(t) + VF_i(t) \quad \forall t \in \{2, \dots, H\} \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i(t) = C(t) \quad \forall t \in T \quad (4)$$

$$D_i(t) \leq V_i(t) + VF_i(t-1) \quad \forall t \in \{2, \dots, H\} \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$A_i(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall i \in I \quad (6)$$

$$X_i(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall i \in I \quad (7)$$

$$VF_i(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall i \in I \quad (8)$$

$$CF_i(t) \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall i \in I \quad (9)$$

$$CF_i(t) \leq 1 \quad \forall t \in T \quad \forall i \in I \quad (10)$$

$$A_i(t) \leq C_{estoque,i}(t) \quad \forall t \in T \quad \forall i \in I \quad (11)$$

$$R_s(t) \geq K \quad \forall t \in T \quad \forall s \in T \quad (12)$$

A primeira restrição (Equação 2) descreve o resultado financeiro obtido com a venda dos produtos. Uma vez que os preços referem-se a unidades do produto final é necessário considerar os fatores de conversão, pois as variáveis estão descritas em percentual da cana disponível. Observe que essas restrições são indexadas nos cenários, devido à incerteza nos preços. O modelo buscará maximizar o valor esperado de uma função utilidade, conforme será apresentado posteriormente, sendo necessário descrever a evolução dos preços.

A segunda restrição (Equação 3) apresenta a disponibilidade total do produto, em percentual de cana-de-açúcar, resultado da variação de estoque e das quantidades produzidas para venda à vista e no mercado futuro. A restrição (4) indica que a quantidade disponível (em percentual de cana de açúcar) não deve exceder o total de cana disponível no período. O atendimento à demanda é descrito na restrição (5). A não negatividade das variáveis é apresentada nas restrições (6), (7), (8) e (9). A compra no mercado futuro não pode exceder a quantidade total de cana disponível, como indica a restrição (10). A limitação de capacidade de armazenagem é descrita através da restrição (11). E, finalmente, a última restrição refere-se ao resultado mínimo a ser atendido em cada cenário, em todos os períodos de tempo.

### 3.4. Função objetivo

Considere os vetores  $V_t = (V_1(t), \dots, V_N(t))$ ,  $VF_t = (VF_1(t), \dots, VF_N(t))$ , e  $CF_t = (CF_1(t), \dots, CF_N(t))$ . Sendo  $f_t = [V_t, VF_t, CF_t]$ , serão analisadas duas situações: medidas de utilidade que consideram somente o resultado no final do horizonte de planejamento (i.é. maximizam  $E(U(f_H))$ ) e alternativamente medidas aditivas,  $E(U(f_1, f_2, \dots, f_H))$ , em que  $U(f_1, f_2, \dots, f_H) = \sum_{t=1}^H U_t(f_t)$ . Consideram-se a riqueza e o risco do investidor, sendo o risco medido através da variância da riqueza. A importância da riqueza

e risco depende da aversão ao risco do investidor, de tal forma que  $U(f_t) = R(t) - \eta(R(t) - E(R(t)))^2$ . O parâmetro  $\eta$  indica a aversão ao risco do investidor.

## 4. Aplicação do modelo e resultados

### 4.1. Determinação dos parâmetros

Assume-se no modelo que a incerteza decorre exclusivamente da variação dos preços de açúcar e álcool. Desta forma a demanda, custos e demais parâmetros são determinísticos, obtidos através de informação do mercado ou da *expertise* do produtor. Os dados sobre custos de produção de álcool e açúcar foram obtidos através de um levantamento realizado pela Embrapa (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária) em parceria com a UNICA (União da Indústria de Cana-de-Açúcar) em setembro de 2006. Os preços de fechamento dos contratos de álcool e açúcar no mercado à vista foram obtidos através do site do Cepea/Esalq, considerando o período de 7 de julho de 2000 a 7 de julho de 2007. Os preços do mercado futuro de álcool e açúcar foram obtidos através da BM&F Bovespa – Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros.

Os demais parâmetros foram determinados através de análise de cenários. Assumiu-se que o usineiro durante o período de safra obterá a matéria-prima de maneira uniforme, sendo o corte da cana gradual e constante. Já no período de entressafra assumiu-se disponibilidade nula de matéria-prima. Portanto, seguindo a notação do modelo, para os meses de safra a disponibilidade é  $C(t) = 1$  (100%) e para os meses de entressafra  $C(t) = 0$  (0%). Para determinação da riqueza mínima procedeu-se da mesma forma.

Os fatores de conversão de cana em açúcar, cana em álcool e bagaço em seus subprodutos foram levantados através de um estudo realizado pela UNICA que visava a correta definição dos ganhos obtidos com a cogeração de energia. Originalmente o modelo considerava outras variáveis como álcool de segunda qualidade e energia gerada através do bagaço. Entretanto, como os dados referentes aos preços dessas variáveis não foram considerados confiáveis, optou-se por excluí-las do modelo. A divulgação de tais valores ainda é bastante incipiente no setor e devido a essa indisponibilidade não se utilizarão essas informações nos testes computacionais.

A demanda de álcool foi estimada com base na evolução projetada da venda de veículos bicombustível (*flex*) e no número de veículos em circulação. Utilizaram-se dados sobre a frota de veículos *flex* e a frota total de veículos em circulação cedidos pela Anfavea – Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores. A projeção da evolução

da frota total foi realizada através de um modelo linear. Com base nas séries históricas disponíveis, uma nova série de dados sobre a participação de veículos *flex* na frota total foi construída. A partir desta ajustaram-se os parâmetros de uma curva de Gompertz que determina a participação de veículos *flex* na frota total, e que possibilitou projetar a participação da frota *flex* na frota total ao longo do período estudado. Assumindo-se um consumo médio mensal para veículos *flex* e um valor médio para a porcentagem de álcool adicionada à gasolina, obtém-se qual seria a necessidade do mercado de álcool. No caso do açúcar a demanda é estável e sabe-se que seus valores oscilam entre 30 e 40% da produção de cana-de-açúcar brasileira, quantidade suficiente para abastecer o mercado interno e permitir a exportação.

### 4.2. Construção de árvore de cenários

Para descrever o comportamento dos preços foi construída uma árvore de cenários, com base em simulação de Monte Carlo. Admite-se que os preços obedecem a um processo estocástico com reversão à média, modelo usualmente empregado para a descrição de preços de *commodities* agrícolas (GEMAN; OHANA, 2008; SCHWARTZ, 1997; SCHWARTZ; SMITH, 2000). A dinâmica de preços adotada foi similar à empregada por Tseng e Barz (2002):

$$d \ln(P_t^j) = -\mu^j (\ln(P_t^j) - m_t^j) dt + \sigma^j dB_t^j \quad (13)$$

$j \in I$

em que  $dB_t^j$  são processos de Wiener correlacionados,  $P_t^j$  os preços e  $\mu^j, m_t^j$  e  $\sigma^j$  os parâmetros do modelo  $\forall j \in I$ .

A partir deste modelo realiza-se a simulação. Os parâmetros  $\mu^j, m_t^j$  e  $\sigma^j$  foram ajustados com base em séries históricas, também seguindo a abordagem de Tseng e Barz (2002). Para incorporar a correlação entre os preços dos produtos no modelo empregou-se a fatoração de Cholesky para que os dados sejam gerados simultaneamente para álcool e açúcar. Esse modelo foi então utilizado para simulação do horizonte de 249 dias correspondente ao número de dias de negociação existentes entre o dia 2 de fevereiro de 2006 e 2 de fevereiro de 2007. Esse período corresponde a um ciclo completo de cultivo da cana-de-açúcar.

Para se construir uma árvore de cenários que considere os dois produtos simultaneamente, adotou-se uma técnica de *clustering*, seguindo abordagem proposta por Gulpinar, Rustem e Sttergren (2004). Sejam 5 trajetórias, obtidas através da simulação de Monte Carlo, para os preços dos ativos:

$$J^{(s)} = (P^{(s)}(2), P^{(s)}(3), \dots, P^{(s)}(H)), \quad (14)$$

$$s \in \{1, \dots, S\}$$

em que  $P^{(s)}(t)$  representa o vetor de preços na trajetória  $s$ , no período  $t$ , gerado a partir de um vetor de preços preço inicial determinístico  $P(1)$ , comum a todas as trajetórias. A cada instante de tempo  $t$ , as trajetórias são agrupadas e criam-se dois *clusters* empregando como medida de dissimilaridade a distância euclidiana:  $\|P^{(q_1)}(t) - P^{(q_2)}(t)\|_2^2$ . Uma vez determinado o *cluster*, obtém-se o centróide do mesmo, ou seja, um vetor que representará um nó da árvore de cenários. Dentre as diferentes abordagens usualmente empregadas optou-se pela utilização da média dos valores dos preços daquele *cluster* para identificar o centróide do *cluster*.

A construção da árvore é feita sucessivamente, sendo que cada nível da árvore corresponde a um período de tempo. O nível 1 ( $t = 1$ ) da árvore consiste do vetor inicial de preços, o nó  $N_1^1$ . No nível 2 ( $t = 2$ ) são construídos dois nós –  $N_2^1$  e  $N_2^2$  – a partir dos *clusters*, sendo cada nó identificado pelos correspondentes centróides. As trajetórias que originaram os dois *clusters* são as empregadas para construção dos nós da árvore das camadas subsequentes. Assim, sendo  $M_2^q$  o número de trajetórias que passa pelo *cluster*  $q$ , do período ( $t = 2$ ), o processo se repete de maneira similar. A partir do nó  $N_2^1$  e das  $M_2^1$  trajetórias a ele associadas são construídos novamente dois *clusters*, o mesmo ocorrendo para o nó  $N_2^2$  e as correspondentes trajetórias. O processo se repete sucessivamente em todos os níveis da árvore, até chegar às folhas da árvore ( $t = H$ ).

### 4.3. Resultados computacionais

As restrições de demanda e de riqueza mínima por período levaram à inviabilidade do modelo. Como o

foco principal é a análise de estratégias financeiras, optou-se por atender à restrição de riqueza mínima estabelecida, relaxando-se a restrição de atendimento de demanda.

Os resultados obtidos através da maximização da riqueza (ou seja, com parâmetro  $\eta = 0$ ) são apresentados na Tabela 1. Nessa tabela apresentam-se os percentuais de venda à vista de álcool (Valc), vendas e compras no mercado futuro de álcool (Vfalc e Cfalc), quantidade armazenada de álcool (Ealc), bem como os percentuais de venda à vista de açúcar (Vsu), vendas e compras no mercado futuro de açúcar (Vfsu e Cfsu), quantidade armazenada de açúcar (Esu).

A soma das vendas à vista, com as vendas futuras e a variação de estoque tanto de álcool como de açúcar de um período para o período subsequente, não deve ultrapassar 100% de acordo com as restrições do problema. No entanto, como o estoque é acumulativo e pode não ser utilizado para vendas no período subsequente, seu valor pode superar os 100%. Em relação às compras no mercado futuro o modelo limita-as a no máximo 100% da capacidade da usina, o que não impacta as restrições de capacidade da usina uma vez que esta quantidade não representa aquisição de mercadoria física (Tabela 1).

Quando se considera na função objetivo a soma da riqueza em cada período de tomada de decisão os resultados são os apresentados na Tabela 2.

Os resultados obtidos priorizam as compras no futuro, pois o modelo identifica que a relação entre os preços à vista e os preços no mercado futuro permite a obtenção de benefícios através dos ajustes diários. Dessa forma o produtor compraria no mercado futuro sem a necessidade de receber a mercadoria física no momento do vencimento, tendo como objetivo a proteção contra as oscilações de preço e o lucro obtido com os ajustes diários realizados. Note que as restrições de limitação das compras futuras foram

Tabela 1. Resultados da maximização da riqueza em  $t = H$  (em %).

	Valc	Vfalc	Cfalc	Ealc	Vsu	Vfsu	Cfsu	Esu
Fevereiro	0	0	95	0	0	0	57	0
Abril	0	0	51	0	12	24	50	64
Junho	30	0	56	70	11	6	50	46
Setembro	31	0	44	39	12	2	50	32
Novembro	39	0	50	0	17	8	50	8

Tabela 2. Resultados da maximização da riqueza em todo o período (em %).

	Valc	Vfalc	Cfalc	Ealc	Vsu	Vfsu	Cfsu	Esu
Fevereiro	70	0	100	0	30	0	100	0
Abril	70	0	100	30	0	0	100	0
Junho	70	0	100	60	0	0	100	0
Setembro	60	0	0	0	0	0	100	0
Novembro	70	0	50	0	30	0	50	0

determinantes neste caso, não permitindo que a parcela da produção a ser negociada no futuro exceda 100%.

Em seguida avaliou-se a minimização da variância sem considerar a riqueza, de forma a verificar a relação entre o modelo de otimização proposto e a abordagem tradicional do modelo de *hedging* de mínima variância (JOHNSON, 1960). Se for adotado o modelo tradicional de mínima variância sem restrições de produção, as razões de *hedge* serão mantidas fixas para todo o horizonte de tempo. Considerando-se uma amostra de preços do período de julho de 2000 a fevereiro de 2006, obtém-se que as razões de *hedge* do açúcar e do álcool são constantes e iguais a 143 e 87% respectivamente. Ou seja, o modelo sugere que 87% da produção de álcool do período sejam vendidos no mercado futuro e indica a venda de açúcar no mercado futuro em um valor superior ao que se tem em estoque, ou seja, 143%. Quando os períodos de cálculo das razões de *hedge* são reduzidos para intervalos mensais as estratégias de *hedge* se alternam entre períodos de compra e de venda no futuro, como resultado da variação da correlação e covariância entre preços à vista e futuros ao longo do tempo.

Ao adotar o novo modelo admitindo que somente minimizará a variância e atenderá as restrições de produção, os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3.

Esses resultados são obtidos considerando a minimização do risco somente ao final do período, que seria em fevereiro de 2007. Quando se minimiza o risco a cada instante de tomada de decisão os resultados são os indicados na Tabela 4.

Neste caso o modelo não assume estratégias no mercado futuro e trabalha com uma política de estoques para atender uma provável demanda futura quando os preços forem mais elevados. No caso específico do açúcar a produção é totalmente destinada aos armazéns, pois esta operação poderia gerar um maior ganho no futuro, por exemplo, em fevereiro do ano seguinte quando se está prevendo uma alta de preços devido ao comportamento sazonal desta série. Neste caso não ocorre o atendimento da demanda para o açúcar, pois se considerou que tal operação reduziria a riqueza obtida no período.

A significativa mudança nos resultados em decorrência da introdução das restrições relacionadas à produção indica claramente a importância de adoção de modelos que considerem peculiaridades do meio produtivo. Uma decisão baseada nos modelos de definição de razões de *hedge* tradicionalmente apresentados pela literatura levaria a estratégias que poderiam ser inviáveis do ponto de vista de aplicação.

Após a análise dos resultados da maximização da riqueza e de minimização da variância individualmente analisou-se o problema que considera os dois objetivos concomitantemente, de acordo com o perfil do produtor. A importância de risco e retorno varia de acordo com o parâmetro de aversão ao risco,  $\eta$ , que reflete a aversão ao risco do usineiro. Neste artigo analisou-se arbitrariamente  $\eta = 0.5$ , sendo possível estudar o comportamento da fronteira de eficiência de acordo com esse parâmetro, o que não é objeto deste estudo. As restrições do modelo se mantêm as mesmas utilizadas nos casos precedentes, representando as restrições impostas pelo sistema produtivo. Os resultados obtidos para a otimização somente no último período são apresentados na Tabela 5.

No mercado futuro o preço à vista coincide – na data de vencimento – com o preço do contrato futuro. Antes disso, ao longo da existência do contrato futuro, o preço à vista é inferior ao preço futuro para grande parte dos ativos. Entretanto, isso não necessariamente acontece no caso de mercados de *commodities* agrícolas. Nestes mercados muitas vezes o preço à vista é superior ao preço futuro, e decai até o vencimento, quando ambos coincidem. Esse fenômeno, conhecido como *backwardation*, é bastante estudado na literatura. A teoria a respeito de *backwardation* considera que os preços de contratos futuros de *commodities* situam-se abaixo do preço no mercado à vista como resultado da aversão ao risco dos investidores que se propõem a pagar um prêmio de risco pelo direito de adquirir uma *commodity* a um determinado preço no futuro. Geman (2005) apresenta como uma das possíveis causas para existência deste prêmio de risco o nível de estoques disponível.

Na situação analisada neste artigo, o modelo indica a compra no futuro, o que se deve ao fato de os preços futuros serem inferiores ao preço à vista no período analisado, ou seja, estarem em *backwardation*. Dessa forma, no modelo proposto, caso o produtor efetue essa operação de compra do contrato futuro ele lucrará com os ajustes diários realizados, que serão creditados em sua conta, e se utilizará do mercado futuro sem intenção de liquidar sua mercadoria física. Percebe-se que ocorre a alocação de maior parte da produção no produto álcool, pois o lucro obtido com a sua produção é maior do que o do açúcar. No entanto, devido às restrições produtivas, o modelo não é capaz de produzir somente álcool.

Quando se considera a otimização para todos os períodos de tomada de decisão e não somente o horizonte obtém-se os resultados apresentados na Tabela 6.

Neste caso novamente a venda à vista de álcool supera a de açúcar, devido às maiores margens obtidas com a negociação no mercado à vista. A compra futura

Tabela 3. Minimização da variância em  $t = H$  (em %).

	<i>Valc</i>	<i>Vfalc</i>	<i>Cfalc</i>	<i>Ealc</i>	<i>Vsu</i>	<i>Vfsu</i>	<i>Cfsu</i>	<i>Esu</i>
Fevereiro	0	0	0	88	0	0	0	12
Abril	1	0	0	87	1	0	0	111
Junho	1	0	0	180	43	43	0	30
Setembro	11	0	0	170	14	14	0	2
Novembro	70	0	0	142	0	0	0	59

Tabela 4. Minimização da variância em todo o período (em %).

	<i>Valc</i>	<i>Vfalc</i>	<i>Cfalc</i>	<i>Ealc</i>	<i>Vsu</i>	<i>Vfsu</i>	<i>Cfsu</i>	<i>Esu</i>
Fevereiro	22	0	0	77	0	0	0	1
Abril	32	0	0	103	0	0	0	43
Junho	18	0	0	185	0	0	0	43
Setembro	22	0	0	163	0	0	0	43
Novembro	70	0	0	159	0	0	0	77

Tabela 5. Maximização da riqueza e minimização de variância em  $t = H$  (em %).

	<i>Valc</i>	<i>Vfalc</i>	<i>Cfalc</i>	<i>Ealc</i>	<i>Vsu</i>	<i>Vfsu</i>	<i>Cfsu</i>	<i>Esu</i>
Fevereiro	70	0	100	0	30	0	100	0
Abril	70	0	100	30	0	0	100	0
Junho	70	0	100	60	0	0	100	0
Setembro	60	0	0	0	0	0	100	0
Novembro	70	0	0	0	30	0	100	0

Tabela 6. Otimização da riqueza e variância em todo o período (em %).

	<i>Valc</i>	<i>Vfalc</i>	<i>Cfalc</i>	<i>Ealc</i>	<i>Vsu</i>	<i>Vfsu</i>	<i>Cfsu</i>	<i>Esu</i>
Fevereiro	70	0	100	10	20	0	0	0
Abril	70	0	100	40	0	0	0	0
Junho	70	0	100	70	0	0	0	0
Setembro	70	0	0	0	0	0	0	0
Novembro	70	0	0	0	30	0	0	0

de álcool também é utilizada, porém sem interesse na mercadoria física decorrente desses contratos, e resulta da relação entre os preços à vista e futuro, que permite ao usineiro lucrar com os ajustes diários previstos. Já no caso do açúcar o mesmo não ocorre, o que poderia levar à operação de venda no futuro, no entanto o modelo de otimização verifica que as margens de lucratividade com a produção de açúcar não são tão elevadas, destinando a maior parte da produção para o álcool. Novamente verifica-se que o modelo opta pelo não cumprimento da demanda para favorecer a riqueza obtida ao longo do período.

Ao analisar somente a minimização da variância, o modelo não optou por estratégias no mercado futuro. A venda no mercado futuro poderia ser utilizada com o intuito de reduzir os riscos, mas não foi indicada neste caso pelo comportamento da série de preços do açúcar, em que os preços à vista sempre se mostraram superiores ao futuro. Assim seria mais vantajoso ao produtor armazenar o produto ou vendê-lo no mercado à vista, já que esta operação no futuro não

poderia ser utilizada para proteção contra riscos. Já quando se analisa a maximização da riqueza, o modelo indica a compra no futuro desta *commodity* devido aos ajustes diários a serem recebidos. Considerando uma função objetivo que integra risco e riqueza, o modelo sugere que se utilize estoques para se proteger contra os riscos de oscilação de preços e do mercado futuro para maximização de seus ganhos.

## 5. Conclusão

O modelo desenvolvido revela-se útil para decisões relativas a *hedging* no mercado sucroalcooleiro. Boa parte dos modelos propostos na literatura trabalha com estratégias de *hedging* sem considerar as restrições presentes no meio produtivo e conseqüentemente possuem pouca aplicação prática. Verificou-se com este estudo que os modelos propostos para construir estratégias de *hedging* são deficientes por não considerarem as restrições do sistema produtivo.

Apesar de o modelo ter sido desenvolvido para tratar também dos subprodutos resultantes da produção de álcool e açúcar, como bagaço e energia, a indisponibilidade de dados impossibilitou a sua utilização nos testes computacionais realizados.

A partir da análise conjunta dos interesses do produtor é possível construir estratégias de proteção financeira. O emprego do mercado futuro de açúcar como instrumento para redução do risco de preço a que o usineiro está sujeito mostrou-se bastante eficaz, permitindo não apenas a proteção financeira, mas também ganhos significativos através de compras no mercado futuro.

Apesar dos cenários terem sido simulados de maneira conjunta tanto para álcool como para açúcar, buscando manter a correlação entre estes através da fatoração de Cholesky, a utilização de modelos de estimação de parâmetros bivariados ou mesmo de modelos condicionais como o ARCH ou o GARCH poderia ser analisada. Outras recomendações para o desenvolvimento de trabalhos futuros seriam: implementações alternativas de geração de árvore de cenários, a análise em problemas que consideram diferentes subprodutos, o uso de instrumentos derivativos como contratos de *swap* e opções para realizar estratégias e o emprego de medidas alternativas de risco.

## Referências

- CHEN, S. S.; LEE, C. F.; SHRESTHA, K. Futures hedge ratios: a review. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, v. 43, p. 433-465, 2003. [http://dx.doi.org/10.1016/S1062-9769\(02\)00191-6](http://dx.doi.org/10.1016/S1062-9769(02)00191-6)
- COLLINS, R. A. Toward a positive economic theory of hedging. *American Journal of Agricultural Economics*, v. 79, n. 2, p. 488-499, 1977. <http://dx.doi.org/10.2307/1244146>
- GARCIA, P.; LEUTHOLD, R. M. A selected review of agricultural commodity futures and options markets. *European Review of Agricultural Economics*, v. 31, p. 235-72, 2004. <http://dx.doi.org/10.1093/erae/31.3.235>
- GEMAN, H. *Commodities and commodity derivatives: modeling and pricing for agriculturals, metals and energy*. England: Wiley, 2005.
- GEMAN, H.; OHANA, S. Time-consistency in managing a commodity portfolio: a dynamic risk measure approach. *Journal of Banking & Finance*, v. 32, p. 1991-2005, 2008. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.05.020>
- GULPINAR, N.; RUSTEM, B.; STTERGREN, R. Simulation and optimization approaches to scenario tree generation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 28, n. 7, p. 1291-1315, 2004. [http://dx.doi.org/10.1016/S0165-1889\(03\)00113-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0165-1889(03)00113-1)
- JOHNSON, L. L. The theory of hedging and speculation in commodity futures. *Review of Economic Studies*, v. 27, p. 139-151, 1960. <http://dx.doi.org/10.2307/2296076>
- LUENBERGER, D. G. *Investment science*. New York: Oxford University Press, 1997.
- SCHWARTZ, E. S. The stochastic behavior of commodity prices: implications for valuation, and hedging. *The Journal of Finance* v. 52, n. 3, p. 923-973, 1997. <http://dx.doi.org/10.2307/2329512>
- SCHWARTZ, E. S.; SMITH, J. E. Short-term variations, and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, v. 46, n. 7, p. 893-911, 2000. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.46.7.893.12034>
- TOMEK, W. G.; PETERSON, H. H. Risk management in agricultural markets: a review. *Journal of Futures Markets*, v. 21, n. 10, p. 953-985, 2001. <http://dx.doi.org/10.1002/fut.2004>
- TSENG, C.; BARZ, G. Short-term generation asset valuation: a real options approach. *Operations Research*, v. 50, n. 2, p. 297-310, 2002. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.50.2.297.429>
- WORKING, H. Trading and hedging. *The American Economic Review*, v. 43, p. 314-343, 1953.

# Hedging in the ethanol and sugar production: integrating financial and production decisions

## Abstract

Agricultural producers face financial risk at the moment of final products selling. This imposes the use of instruments to reduce risks in order to assure prices and production process economic feasibility. This paper examines the problem of creating hedging strategies with production constraints and proposes a deterministic multi-period optimization model to solve it. Uncertainty was introduced in the model through scenario trees and risk was analyzed according to the traditional mean variance approach. The model was analyzed for the sugar and ethanol market in order to aid in the financial management of a sugar cane refinery.

## Keywords

Optimization. Hedging. Agricultural commodities. Sugar and ethanol sector. Risk.