



Modelo matemático para otimização da capacidade volumétrica de caminhões para transporte de produtos alimentícios

A mathematical model to optimize the volumetric capacity of trucks utilized in the transport of food products

Suzane Pedruzzi¹
Luiz Paulo Amorim Nunes¹
Rodrigo de Alvarenga Rosa²
Bianca Passos Arpini²

Resumo: Estudos que visem otimizar a utilização da capacidade dos caminhões são importantes no Brasil, país em que o transporte rodoviário representa 61,1% da movimentação de cargas, pois contribuem para a redução da quantidade de caminhões nas estradas, melhorando a fluidez e a segurança. O objetivo deste trabalho é promover um estudo logístico por meio de um modelo matemático baseado no Three Dimensional Bin Packing Problem para arrumação da carga dentro dos veículos utilizados no transporte de produtos alimentícios de forma a otimizar a sua capacidade volumétrica. O modelo proposto visa um melhor aproveitamento da capacidade volumétrica dos veículos considerando a disposição em três dimensões das cargas, área de suporte, sequência de entrega das cargas, para evitar bloqueios, rotação das caixas no plano X-Y e caixas de geometria paralelepípedica. A solução alcançada pelo modelo apresentou ganhos importantes em relação ao planejamento manual realizado pela empresa, reduzindo a utilização de caminhões e gerando ganhos econômicos.

Palavras-chave: Three dimensional bin packing problem; Logística de produtos alimentícios; Transporte de carga.

Abstract: Road transport accounts for 61% of the cargo transport in Brazil. Researches that focus on the optimization of truck capacity are important because they may help reduce the number of trucks on the roads, improving flow and safety. The objective of this paper is to conduct a logistical study using a mathematical model based on the Three-dimensional Bin Packing Problem to optimize the arrangement of boxes inside the vehicles, leading to a better use of the vehicle's volumetric capacity to transport food. The proposed model aims to make better use of the vehicle's volumetric capacity considering a box arrangement in three dimensions, support area, delivery sequence of boxes to avoid blocking, rotation of boxes in the X-Y plane, and rectangular boxes. The solution achieved by the model showed significant gains compared with the manual planning done by the company, reducing the number of vehicles and creating economic gains.

Keywords: Three-dimensional bin packing problem; Food product logistics; Cargo transport.

1 Introdução

O transporte rodoviário é de fundamental importância para a economia do Brasil, correspondendo a 61,1% da movimentação de cargas em 2013 (CNT, 2013). Trabalhos que visem otimizar a utilização da capacidade dos veículos buscando reduzir a quantidade de caminhões nas estradas são importantes, pois tendem a colaborar na diminuição de acidentes e diminuição do desgaste das vias.

Este artigo analisa a distribuição de produtos fabricados por uma empresa brasileira de chocolates

estabelecida no estado do Espírito Santo desde 1929 e que vende seus produtos para todos os estados do Brasil. A base da sua logística de distribuição está centrada na venda e envio de produtos a poucos e grandes atacadistas e envio para o abastecimento de Centros de Distribuição (CDs) próprios ou de terceiros. As viagens para os dois tipos de envio citados ocorrem ao longo dos principais eixos rodoviários do Brasil, sobretudo rodovias denominadas BR. Logo, não há necessidade de roteirizar os caminhões, tendo

¹ Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal do Espírito Santo – UFES, CEP 29075-910, Vitória, ES, Brasil, e-mail: suzanepedruzzi@gmail.com; luizpauloan@gmail.com

² Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo – UFES, CEP 29075-910, Vitória, ES, Brasil, e-mail: rodrigo.a.rosa@ufes.br; bianca.p.arpini@gmail.com

Recebido em Nov. 25, 2014 - Aceito em Nov. 19, 2015

Suporte financeiro: FAPES (458/2013), CNPq (477357/2013-0) e CAPES.

em vista que, na maioria dos casos, a rota é única. A própria empresa é responsável pelo planejamento das viagens e pela escolha dos caminhões que são utilizados no transporte de seus produtos. Entretanto, como não possui veículos próprios, o serviço de transporte é terceirizado por meio da contratação de transportadoras, que são pagas pelo número de caminhões utilizados para cada destino. Os dados históricos do ano de 2013 mostram que foram realizadas 700 viagens, em média, por mês. Dentre os caminhões utilizados, aproximadamente 80% são carretas refrigeradas.

A carga de chocolates é embalada em caixas com estrutura que permite o empilhamento até o limite da altura do compartimento de carga do caminhão. Como esses compartimentos são todos fechados, as caixas são apoiadas no fechamento lateral do compartimento de carga do veículo, não oferecendo risco à estabilidade da carga. Para as viagens de longa distância consideradas neste artigo, as caixas de um mesmo produto destinadas a um mesmo cliente são agrupadas e esse agrupamento é denominado *picking*. Neste artigo, os *pickings* são simplesmente denominados caixas. As caixas dentro do compartimento de carga do veículo podem ser rotacionadas em $\pm 90^\circ$ no plano X-Y paralelo ao piso do compartimento de carga do veículo. Não se admite deixar a caixa de cabeça para baixo nem mesmo apoiada em uma de suas laterais, pois sua estrutura não comportaria o peso e haveria risco de danos à carga.

Como o pagamento do frete é feito por viagem, ou seja, por caminhão utilizado, é preciso usar ferramentas que propiciem uma análise mais eficaz de como organizar a carga dentro do veículo visando ocupar melhor o espaço disponível e, com isso, reduzir o número de caminhões e viagens necessários nessas operações logísticas, reduzindo, por conseguinte, os custos de fretamento. A empresa estudada não dispõe de uma ferramenta computacional que otimize a capacidade volumétrica dos veículos de transporte. Atualmente, a decisão de ocupação dos veículos é feita pelos analistas da empresa e realizada manualmente, com base na experiência prática que têm.

Nesse sentido, para efetuar a arrumação de carga em três dimensões existem na literatura as seguintes classes de problema correlacionados: Three Dimensional Container Loading Problem (3D-CLP) e Three Dimensional Bin Packing Problem (3D-BPP) (Wäscher et al., 2007) e Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem (3L-CVRP) (Junqueira et al., 2013).

O objetivo deste trabalho foi promover um estudo logístico para otimização da capacidade volumétrica dos veículos de transporte e entrega de produtos alimentícios, propondo um modelo matemático baseado em 3D-BPP para otimizar a arrumação das cargas dentro dos caminhões. O modelo proposto

considera a disposição em três dimensões das cargas, área de suporte, sequenciamento de entrega, rotação das caixas no plano X-Y para carregamento de caixas de geometria cúbica ou paralelepípedica, visando um melhor aproveitamento da capacidade volumétricas dos caminhões.

Organização do artigo: na Seção 2, o problema de arrumação de cargas em três dimensões em veículos é explicado e é realizada uma revisão dos trabalhos que tratam de 3D-CLP, 3D-BPP e 3L-CVRP; na Seção 3 apresenta-se o modelo matemático proposto; na Seção 4 têm-se a apresentação e a análise dos resultados encontrados; e na Seção 5, as conclusões.

2 O problema de arrumação de carga em três dimensões

Para planejar a arrumação de carga em três dimensões existem na literatura as seguintes classes de problema correlacionados: Three Dimensional Bin Packing Problem (3D-BPP) e Three Dimensional Container Loading Problem (3D-CLP) (Wäscher et al., 2007) e Three-dimensional Loading Capacitated Vehicle Routing Problem (3L-CVRP) (Junqueira et al., 2013). O 3D-BPP considera que os itens a serem guardados no *container* são caixas retangulares que devem ser arrumadas ortogonalmente em um número mínimo de recipientes retangulares de tamanho idêntico, o *container* (Wäscher et al., 2007). O 3D-CLP considera que os itens a serem guardados são caixas fracamente heterogêneas que devem ser armazenadas em um determinado recipiente de tal modo que o espaço não utilizado do recipiente seja minimizado (Wäscher et al., 2007). O problema 3L-CVRP trata de maneira unificada os problemas Vehicle Routing Problem (VRP) e 3D-BPP tendo como objetivo a otimização das rotas para atendimento da demanda, reunindo em uma única solução as restrições de capacidade da frota e as restrições de carregamento e transporte da carga. Normalmente, no 3L-CVRP a roteirização é vista como ponto de partida: a partir da rota traçada é analisada a organização do carregamento (Junqueira et al., 2013). As premissas mais usualmente encontradas no 3L-CVRP são: Carregamento de caixas retangulares; Utilização de múltiplos contêineres e múltiplos tamanhos de caixas; Respeito à capacidade volumétrica do veículo; Impossibilidade de as caixas serem posicionadas em um mesmo local; Obrigatoriedade de uma caixa ser incluída em apenas um veículo; Obrigatoriedade do posicionamento das caixas ser sempre ortogonal às arestas do compartimento de carga do veículo; Quando é possível rotacionar o item, admite-se a rotação das caixas apenas em 90° ; Itens não frágeis não podem ser empilhados sobre itens frágeis; Respeito à área de suporte no empilhamento das caixas; Garantia de acesso aos itens no descarregamento da carga, condição

conhecida como LIFO (*Last in First out*) também chamada de carregamento sequencial (Junqueira et al., 2013). No entanto, em problemas práticos nem todas as premissas precisam obrigatoriamente estar inseridas no problema.

George & Robinson (1980) apresentaram uma heurística do tipo *wall building* para o 3D-BPP. Chen et al. (1995) propuseram um modelo de programação inteira para resolução da arrumação de carga de caixas retangulares de dimensões variáveis dentro de contêineres. O objetivo do modelo é reduzir os espaços vazios no interior do contêiner, fornecendo um melhor aproveitamento do espaço disponível e provendo uma organização eficiente da carga. Apesar do título do trabalho de Chen et al. (1995) fazer referência ao CLP, os autores, de fato, propõem um modelo para o 3D-BPP. O modelo proposto foi o primeiro que admitiu rotações ortogonais.

Martello et al. (2000) desenvolveram um algoritmo *Branch-and-Bound* para a solução exata do 3D-BPP ortogonal. Lodi et al. (2002) apresentaram a meta-heurística *Tabu Search* para o 3D-BPP que efetua o empacotamento em camadas. Pisinger (2002) refinou a abordagem *Wall Building*, propondo uma nova heurística que visa dividir o problema em pequenos sub-problemas. Faroe et al. (2003) mostraram uma heurística baseada em *Guided Local Search*. Den Boef et al. (2005) apresentaram uma caracterização do algoritmo proposto por Martello et al. (2000), mostrando que tal algoritmo não é capaz de gerar todos os empacotamentos ortogonais. O empacotamento, contudo, tem a propriedade de ser empacotamento rôbo, ou seja, o empacotamento é obtido pela colocação dos itens, começando a partir do canto inferior esquerdo, e de tal modo que cada item está em frente a, à direita de, ou acima de cada item colocado anteriormente. Zhang et al. (2007) propuseram uma heurística que combina *Personification Heuristic* com *Simulated Annealing* que foi usada para melhorar o resultado da *Personification Heuristic*.

Martello et al. (2007) apresentaram uma extensão do algoritmo de Martello et al. (2000), por meio da inserção de um novo procedimento de empacotamento de um único *bin*. Crainic et al. (2008) usaram heurísticas baseadas no conceito de ponto extremo para o 3D-BPP. Wang et al. (2008) propuseram um algoritmo heurístico que utiliza um método de decomposição do espaço dinâmico. Peng et al. (2009) apresentaram um *Simulated Annealing* híbrido para resolver o 3D-CLP. Crainic et al. (2009) utilizaram uma meta-heurística *Tabu Search* de dois níveis para resolver o 3D-BPP: o primeiro nível visa reduzir o número de *bins* e o segundo otimiza o empacotamento dos *bins*. Wu et al. (2010) adaptaram o modelo de Chen et al. (1995) para o problema de carregamento de um único contêiner com altura variável e propuseram

uma solução para o 3D-BPP baseada em algoritmos genéticos. Ceschia & Schaerf (2013) propuseram uma meta-heurística de *Local Search* para resolver a variante do 3D-CLP que inclui entrega de caixas a múltiplos destinos (*multi-drop*). Bortfeldt & Wäscher (2013) fizeram uma revisão do 3D-CLP e caracterizaram as várias restrições utilizadas em estudos anteriores de problemas de carregamento de contêiner.

No que se refere às abordagens de solução para o 3L-CVRP, Gendreau et al. (2006) propuseram a meta-heurística *Tabu Search*. Tarantilis et al. (2009) utilizaram a meta-heurística *Guided Tabu Search* (GTS). Fuellerer et al. (2010) propuseram a meta-heurística *Ant Colony Optimization* (ACO). Tao & Wang (2010) apresentaram um *Tabu Search* que chama uma heurística para solucionar o subproblema de carregamento. Araujo et al. (2011) propuseram uma abordagem que combina o uso de heurística construtiva para configuração do carregamento e *Tabu Search* para elaboração dos roteiros. Bortfeldt (2012) mostrou uma abordagem híbrida que combina *Tabu Search*, para solucionar a componente de roteirização, e um algoritmo *tree search* para o problema de carregamento. Zhu et al. (2012) propuseram um *Tabu Search* de dois estágios, ao qual incorporam-se duas heurísticas de empacotamento. Ruan et al. (2013) propuseram uma abordagem que combina *Honey Bee Mating Optimization* (HMMO), para tratar o problema de roteirização e seis heurísticas de carregamento. Junqueira et al. (2013) apresentaram um modelo de Programação Linear Inteira para o 3L-CVRP, com o objetivo de encontrar rotas de entrega ao menor custo. Iori & Martello (2010, 2013) realizaram uma revisão da literatura sobre problemas integrados de roteirização e carregamento.

Em relação às variantes do 3L-CVRP, Attanasio et al. (2007) propuseram um modelo de Programação Linear Inteira (PLI). Moura (2008) resolveu o 3L-CVRP com janela de tempo usando algoritmos genéticos com função multiobjetivo que abrange o número de veículos, a distância total percorrida e o volume utilizado. Moura & Oliveira (2009) também abordaram o 3L-CVRP com janela de tempo, propondo heurísticas construtivas. Koloch & Kaminski (2010) trataram de um problema de roteirização de veículos com restrições de carregamento tridimensional, mas sem considerar restrições de capacidade. Bortfeldt & Homberger (2013) propuseram uma heurística de duas etapas para o problema proposto por Moura & Oliveira (2009). A primeira etapa otimiza o empacotamento, enquanto a segunda lida com os aspectos de roteirização. Junqueira et al. (2011) apresentaram um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista para um problema similar ao tratado neste artigo, no qual buscaram organizar cargas com múltiplos destinos dentro do compartimento de carga de um caminhão considerando a sequência de entrega para evitar bloqueios das cargas a serem descarregadas.

3 Modelo matemático proposto

O modelo matemático proposto neste artigo foi baseado no modelo de Chen et al. (1995) para o 3D-BPP. No entanto, o modelo proposto difere do modelo de Chen et al. (1995) em diversos fatores, pontuados a seguir. Primeiro, a função objetivo do modelo acrescenta uma parcela com a somatória das coordenadas das caixas ao longo dos eixos do veículo a ser carregado. O intuito é minimizar o espaço não utilizado de tal forma que o conjunto final esteja mais compacto, buscando aproveitar ao máximo o espaço no compartimento de carga do veículo, dar maior segurança à carga e evitar que caixas fiquem sem apoio.

Outro problema encontrado no modelo de Chen et al. (1995) pode ser visto na solução apresentada na Figura 1 para um cenário de seis cargas, na qual pode-se perceber que duas das caixas não apresentam área de apoio, seja o piso do compartimento de carga do veículo, ou a face superior de outra caixa. Também a disposição ilustrada não leva em consideração a ordem de descarregamento do veículo, o que, na prática, leva a um remanejamento obrigatório das caixas cada vez que um novo cliente é visitado. Para a representação da Figura 1 e análise dos resultados do modelo, adotou-se que caixas da mesma cor pertencem ao mesmo cliente e a sequência de descarregamento se dá das caixas mais claras, brancas, para as mais escuras, pretas. Nesse cenário, as caixas mais escuras,

pretas, bloqueariam a retirada das caixas brancas e cinzas, as primeiras a serem descarregadas.

O modelo proposto resolve problemas com uma frota heterogênea, ou seja, a frota pode ser composta por caminhões que possuem diferentes dimensões de compartimento de carga. O modelo também resolve problemas nos quais as caixas que serão acomodadas no caminhão podem ter diferentes dimensões, comprimento, largura e altura. O modelo assume que são conhecidas as dimensões dos veículos, as dimensões das caixas a serem transportadas e a sequência dos pontos de entrega da rota.

Além disso, o modelo satisfaz às seguintes restrições: 1) a capacidade volumétrica de cada veículo não pode ser excedida; 2) o posicionamento das caixas não deve coincidir, ou seja, não pode haver sobreposição de caixas; 3) a posição das caixas deve ser sempre ortogonal às arestas do compartimento de carga do veículo; 4) a política LIFO (*Last in First out*) de atendimento deve ser respeitada; e 5) a estabilidade da carga, garantida pela área de suporte, deve ser assegurada durante o transporte. As restrições anteriormente citadas tornam o modelo mais aderente à realidade da empresa analisada e também aplicável a uma vasta gama de empresas transportadoras de caixas paralelepípedicas e cúbicas. Além disso, o modelo permite que as caixas possam ser rotacionadas em $\pm 90^\circ$ no eixo X-Y. Os conjuntos, parâmetros, variáveis, função objetivo e restrições do modelo proposto são listados a seguir.

Conjuntos

C Conjunto de caixas i , variando de 1 a nm ;

D Conjunto de veículos j , variando de 1 a nm .

Parâmetros

nn Número de caixas para serem carregadas;

nm Número de veículos disponíveis;

M Um número arbitrariamente grande para a lógica do modelo;

m Um número arbitrariamente pequeno para a lógica do modelo;

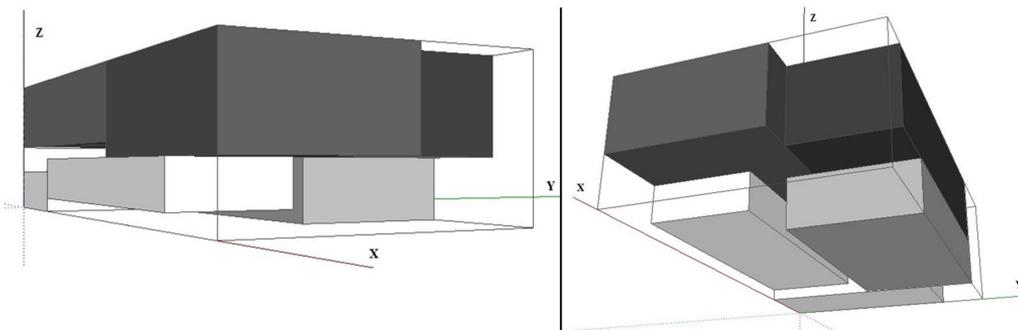


Figura 1. Solução do modelo original de Chen et al. (1995).

as	Área de suporte a ser considerada no modelo, pode assumir valores entre 0 e 1, onde 0 oferece 0% de área de suporte e assim gradativamente até o 1, que garante 100% de área de suporte para a caixa;
o_i	Índice que indica a sequência de entrega da caixa i . O destinatário da caixa com o menor valor será visitado primeiro (ordem crescente de entregas);
p_i, q_i, r_i	Comprimento, largura e altura da caixa i ;
L_j, W_j, H_j	Comprimento, largura e altura do compartimento de carga do veículo j ;
φ_j	Custo da unidade de volume, m^3 , do compartimento de carga do veículo j ;
ω	Parâmetro de peso da segunda parcela da função objetivo.
Variáveis de decisão	
x_i, y_i, z_i	Coordenadas do vértice frontal inferior esquerdo;
lx_i, ly_i, lz_i	Indicam se o comprimento da caixa i é paralelo ao eixo X, Y ou Z. Por exemplo, o valor de lx_i é igual a 1 se o comprimento da caixa i é paralelo ao eixo X, caso contrário é igual a 0;
wx_i, wy_i, wz_i	Indicam se a largura da caixa i é paralela ao eixo X, Y ou Z. Por exemplo, o valor de wx_i é igual a 1 se a largura da caixa i é paralela ao eixo X, caso contrário é igual a 0;
hx_i, hy_i, hz_i	Indicam se a altura da caixa i é paralela ao eixo X, Y ou Z. Por exemplo, o valor de hx_i é igual a 1 se a altura da caixa i é paralela ao eixo X, caso contrário é igual a 0;
s_{ij}	Variável binária que indica se a caixa i for colocada no veículo j , é igual a 1 caso a caixa i tenha sido colocada no veículo j e igual a 0 caso contrário;
n_j	Variável binária que indica se o veículo j foi utilizado, assume valor 1 se o veículo j for utilizado, caso contrário assume o valor 0;
δ_{ikj}	Variável binária que indica se a caixa i e a caixa k estão dentro do mesmo veículo j . É igual a 0 caso a caixa i e a caixa k estejam dentro do mesmo veículo j e igual a 1 no caso contrário;
$a_{ik}, b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$	Variáveis que indicam a disposição da caixa i relativamente às outras caixas. A variável a_{ik} é igual a 1 se a caixa i estiver à esquerda da caixa k . Analogamente, as variáveis $b_{ik}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik}$ indicam se a caixa i está à direita, atrás, à frente, abaixo ou acima da caixa k , respectivamente. Essas variáveis são necessárias e definidas somente quando $i \neq k$.

Função Objetivo

$$\text{Minimizar} \left(\left(\sum_{j \in D} \varphi_j (L_j W_j H_j n_j - \sum_{i \in C} p_i q_i r_i s_{ij}) \right) + \omega \left(\sum_{i \in C} z_i + \sum_{i \in C} x_i + \sum_{i \in C} y_i \right) \right) \tag{1}$$

Restrições

$$x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) + r_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) - \delta_{ikj} M \leq x_k + (1 - a_{ik}) M \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{2}$$

$$x_k + p_k lx_k + q_k (lz_k - wy_k + hz_k) + r_k (1 - lx_k - lz_k + wy_k - hz_k) - \delta_{ikj} M \leq x_i + (1 - b_{ik}) M \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{3}$$

$$y_i + q_i wy_i + p_i (1 - lx_i - lz_i) + r_i (lx_i + lz_i - wy_i) - \delta_{ikj} M \leq y_k + (1 - c_{ik}) M \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{4}$$

$$y_k + q_k wy_k + p_k (1 - lx_k - lz_k) + r_k (lx_k + lz_k - wy_k) - \delta_{ikj} M \leq y_i + (1 - d_{ik}) M \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{5}$$

$$z_i + r_i hz_i + q_i (1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i - \delta_{ikj} M \leq z_k + (1 - e_{ik}) M \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{6}$$

$$z_k + r_k hz_k + q_k (1 - lz_k - hz_k) + p_k lz_k - \delta_{ikj} M \leq z_i + (1 - f_{ik}) M \quad \forall i, k \in C : i \neq k \quad (7)$$

$$a_{ik} + b_{jk} + c_{ik} + d_{ik} + e_{ik} + f_{ik} \geq 1 - \delta_{ikj} \quad \forall i, k \in C : i \neq k; j \in D \quad (8)$$

$$\sum_{j \in D} s_{ij} = 1 \quad \forall i \in C \quad (9)$$

$$\sum_{i \in C} s_{ij} \leq M n_j \quad \forall j \in D \quad (10)$$

$$x_i + p_i lx_i + q_i (lz_i - wy_i + hz_i) + r_i (1 - lx_i - lz_i + wy_i - hz_i) \leq L_j + (1 - s_{ij}) M \quad \forall i \in C, j \in D \quad (11)$$

$$y_i + q_i wy_i + p_i (1 - lx_i - lz_i) + r_i (lx_i + lz_i - wy_i) \leq W_j + (1 - s_{ij}) M \quad \forall i \in C, j \in D \quad (12)$$

$$z_i + r_i hz_i + q_i (1 - lz_i - hz_i) + p_i lz_i \leq H_j + (1 - s_{ij}) M \quad \forall i \in C, j \in D \quad (13)$$

$$lx_i + ly_i + lz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (14)$$

$$wx_i + wy_i + wz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (15)$$

$$hx_i + hy_i + hz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (16)$$

$$lx_i + wx_i + hx_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (17)$$

$$ly_i + wy_i + hy_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (18)$$

$$lz_i + wz_i + hz_i = 1 \quad \forall i \in C \quad (19)$$

$$2 - s_{ij} - s_{kj} \geq m \delta_{ikj} \quad \forall i, k \in C, j \in D \quad (20)$$

$$2 - s_{ij} - s_{kj} \leq M \delta_{ikj} \quad \forall i, k \in C, j \in D \quad (21)$$

$$x_i, y_i, z_i \geq 0 \quad \forall i \in C \quad (22)$$

$$lx_i, ly_i, lz_i, wx_i, wy_i, wz_i, hx_i, hy_i, hz_i, n_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C \quad (23)$$

$$s_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in C, j \in D \quad (24)$$

$$a_{ik}, b_{jk}, c_{ik}, d_{ik}, e_{ik}, f_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in C \quad (25)$$

$$\delta_{ikj} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in C, j \in D \quad (26)$$

A função objetivo, Equação 1, é dividida em duas parcelas. A primeira parcela tem por objetivo reduzir o volume não ocupado nos compartimentos de carga dos veículos. O volume não ocupado do compartimento de carga do veículo é calculado como sendo o volume total do compartimento de carga do veículo menos o volume total das caixas acomodadas dentro do compartimento de carga do mesmo veículo. O volume não ocupado do compartimento

de carga do veículo é multiplicado pelo custo da unidade de volume, m³, do compartimento de carga do mesmo veículo. Esse parâmetro é calculado em pré-processamento como sendo $\varphi_j = \beta_j / \gamma_j$, em que β_j é o custo do volume total do compartimento de carga do veículo e γ_j é a capacidade volumétrica do compartimento de carga do veículo.

A segunda parcela visa minimizar a soma de todas as coordenadas x, y e z das caixas fazendo com que

elas fiquem organizadas de forma mais compacta. Além disso, essa parcela evita que caixas possam ser acomodadas sem tocar nas caixas em baixo e ao lado dela, resolvendo assim um problema que ocorre no modelo de Chen et al. (1995), que permite que as caixas fiquem sem qualquer apoio abaixo delas. Essa segunda parcela da função objetivo é multiplicada pelo parâmetro ω , que é um valor pequeno, para dar menor peso a essa parcela na função objetivo, no caso foi adotado $\omega = 0,001$.

As restrições (2) a (7) garantem que uma caixa i não se sobreponha a nenhuma outra caixa k em qualquer um dos lados ou acima ou abaixo dela caso ambas estejam dentro do compartimento de carga do mesmo veículo. As restrições (8) asseguram que as duas caixas i e k estão dentro do mesmo compartimento de carga do mesmo veículo. Nas restrições (8), se ambas as caixas estiverem dentro do mesmo compartimento de carga de um veículo, uma ou mais variáveis a_{ik} , b_{ik} , c_{ik} , d_{ik} , e_{ik} , f_{ik} , deve(m) ser maior que zero. O lado esquerdo das restrições (8) será maior ou igual a 1 caso as duas caixas estejam no mesmo compartimento de carga do veículo.

As restrições (9) garantem que cada caixa será colocada em apenas um veículo. As restrições (10) garantem que se alguma caixa é associada a um veículo,

esse veículo é considerado utilizado. As restrições (11) a (13) garantem que todas as caixas colocadas em um veículo cabem nas dimensões físicas desse veículo. As restrições (14) a (19) garantem que as dimensões de uma caixa (comprimento, largura e altura) só podem estar paralelas a um dos eixos do compartimento de carga do veículo. As restrições (20) e (21) em conjunto definem a variável δ_{ikj} que assume valor 0 se a caixas i e k estão dentro do mesmo veículo j e valor igual a 1 no caso contrário. As restrições (22) definem que as variáveis x_i , y_i , z_i que representam as coordenadas das caixas são sempre maiores ou iguais a zero. As restrições (23) a (26) definem as variáveis binárias do modelo.

As restrições (27) a seguir foram propostas para garantir que cada caixa tenha suas arestas paralelas às arestas do compartimento de carga do veículo. As restrições (28) a (30) garantem a reciprocidade de posicionamento das caixas, ou seja, se a caixa i está à esquerda da caixa j , a caixa j tem obrigatoriamente que estar à direita da caixa i , e assim por diante. As restrições (31) foram inseridas para garantir que as caixas só irão ser rotacionadas no plano X-Y e, portanto, todas as caixas terão sua altura paralela ao eixo Z.

$$lx_i + ly_i + lz_i + wx_i + wy_i + wz_i + hx_i + hy_i + hz_i = 3 \quad \forall i \in C \tag{27}$$

$$a_{ik} = b_{ki} \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{28}$$

$$c_{ik} = d_{ki} \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{29}$$

$$e_{ik} = f_{ki} \quad \forall i, k \in C : i \neq k \tag{30}$$

$$h_{zi} = 1 \quad \forall i \in C \tag{31}$$

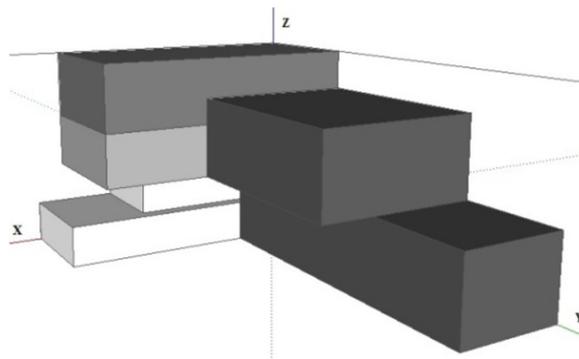


Figura 2. Solução do modelo proposto ainda sem as restrições específicas de LIFO e de Área de Suporte.

Pode-se notar pela Figura 2 que a solução gerada pelo modelo matemático após a inclusão das restrições mencionadas foi satisfatória, porém ainda não respeita integralmente as questões de superfície de apoio.

Embora na Figura 2 toda caixa esteja apoiada em outra caixa abaixo dela, a área da caixa inferior é menor que a área da caixa superior, colocando assim a carga superior em uma situação

de instabilidade, podendo essa, eventualmente, tombar por falta de área de apoio. Além disso, ainda não é possível respeitar a política LIFO de atendimento.

$$x_i + (1 - c_{ik})M \geq x_k \quad \forall i, k \in C : i \neq k; o_i < o_k \quad (32)$$

$$x_i + p_i l x_i + q_i (1 - l x_i) + (1 - c_{ik})M \geq x_k + p_k l x_k + q_k (1 - l x_k) \quad \forall i, k \in C : i \neq k; ; o_i < o_k \quad (33)$$

$$z_i + (1 - e_{ik})M \geq z_k \quad \forall i, k \in C : i \neq k ; o_i < o_k \quad (34)$$

$$z_i + r_i + (1 - e_{ik})M \geq z_k + r_k \quad \forall i, k \in C : i \neq k; o_i < o_k \quad (35)$$

As restrições (32) e (33) garantem que a operação de descarregamento do caminhão, no eixo X, obedeça à sequência de entrega LIFO, ou seja, as últimas caixas carregadas no veículo serão as primeiras a serem descarregadas. Isso garante que os clientes sejam atendidos conforme a sequência estabelecida na rota, sem necessidade de reorganização da carga a cada entrega. Analogamente, as restrições (34) e (35) asseguram a ordem LIFO de descarregamento para o eixo Z do caminhão, impedindo que as caixas dos primeiros clientes na sequência de entrega do

Visando complementar o modelo, foram propostas mais quatro novas restrições, (32)-(35), para que a arrumação da carga respeite a sequência de entrega, evitando bloqueios.

caminhão sejam sobrepostas pelas caixas dos próximos clientes na mesma sequência de entrega do caminhão. Com a inclusão dessas restrições, assegura-se o respeito à política LIFO de atendimento, conforme ilustra a Figura 3.

Contudo, até esse ponto, o modelo ainda não avalia a área de suporte das caixas. As últimas restrições acrescentadas ao modelo, (36)-(39), apresentadas a seguir, resolvem o problema da área de suporte das caixas.

$$x_i + p_i l x_i + q_i (1 - l x_i) + (1 - e_{ik})M \geq x_k \quad \forall i, k \in C : i \neq k \quad (36)$$

$$x_i + p_i l x_i + q_i (1 - l x_i) - x_k + (1 - e_{ik})M \geq (p_k l x_k + q_k (1 - l x_k)) as \quad \forall i, k \in C : i \neq k \quad (37)$$

$$y_i + p_i l y_i + q_i (1 - l y_i) + (1 - e_{ik})M \geq y_k \quad \forall i, k \in C : i \neq k \quad (38)$$

$$y_i + p_i l y_i + q_i (1 - l y_i) - y_k + (1 - e_{ik})M \geq (p_k l y_k + q_k (1 - l y_k)) as \quad \forall i, k \in C : i \neq k \quad (39)$$

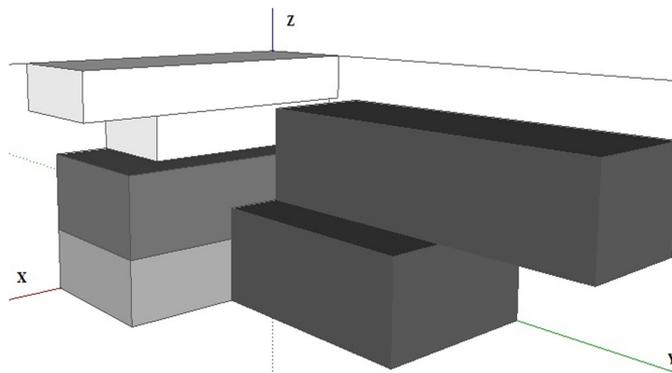


Figura 3. Solução com carregamento LIFO.

As restrições (36) a (39) garantem a existência de uma área de suporte *as* para que as caixas estejam apoiadas umas sobre as outras em segurança. Caso a caixa *i* esteja abaixo da caixa *k*, tem-se $e_{ik} = 1$ e, assim, as restrições (36) a (39) estão ativadas. Foi feita uma verificação separada no eixo X, restrições (36) e (37), e no eixo Y, restrições (38) e (39), de maneira

a garantir que a caixa sobreposta tenha uma área de suporte correspondente a um percentual aceitável de sua base, estabelecido pela empresa, definido no modelo como o parâmetro *as*. Para explicar as restrições (36) e (37) é apresentada inicialmente a Figura 4, na qual se pode ver uma caixa *i* que tem seu comprimento p_i paralelo ao eixo X e, portanto,

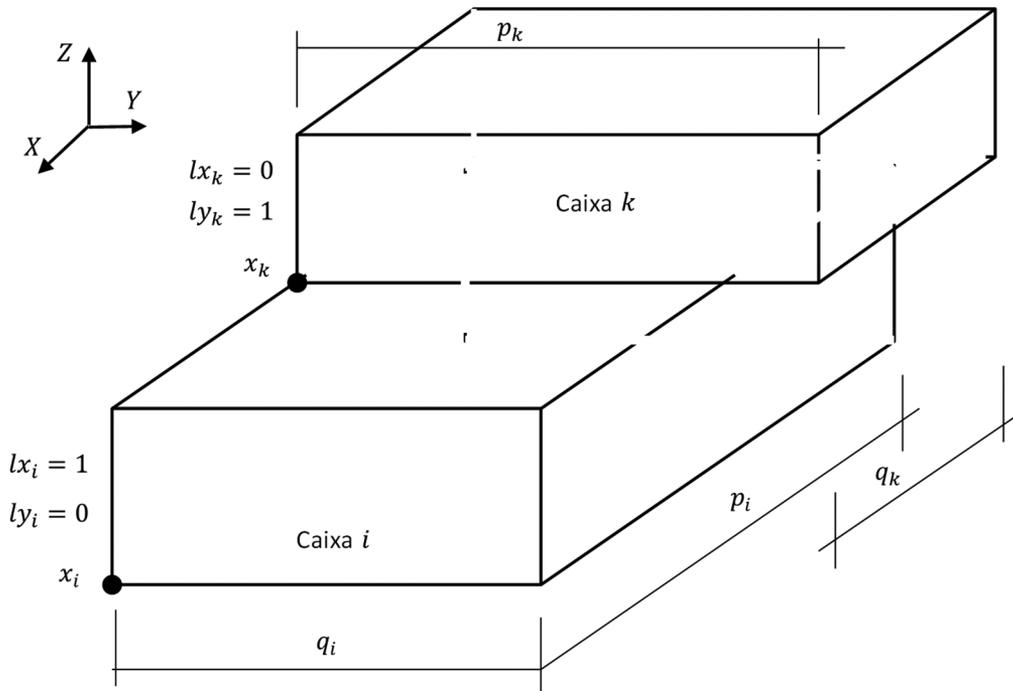


Figura 4. Desenho esquemático de duas caixas dentro de um compartimento de carga de um veículo.

$lx_i = 1$ e $ly_i = 1$. Pode-se ver ainda uma caixa k cujo comprimento não é paralelo ao eixo X e, portanto, $lx_k = 0$ e $ly_k = 1$.

Nas restrições (36), no exemplo da Figura 4, a caixa i tem seu comprimento paralelo ao eixo X, então, $lx_i = 1$ e, portanto, o termo $q_i(1 - lx_i) = 0$ e o termo $p_i lx_i = p_i$. Assim, ter-se-á que $x_i + p_i \geq x_k$, ou seja, a posição de início da caixa k no eixo X está compreendida entre o início da caixa i e a posição final da caixa i , $(x_i + p_i)$. Caso a caixa i não esteja paralela ao eixo X, portanto, paralela ao eixo Y, então, $lx_i = 0$, o termo $q_i(1 - lx_i) = q_i$ e o termo $p_i lx_i = 0$. Assim, ter-se-á que $x_i + q_i \geq x_k$, ou seja, a posição de início da caixa k no eixo X está compreendida entre o início da caixa i e a posição final da caixa i . Nesse caso, foi considerada a largura da caixa i , pois é a dimensão que está paralela ao eixo X, $(x_i + q_i)$.

Nas restrições (37), no exemplo da Figura 4, à esquerda, a caixa i está com o comprimento paralelo ao eixo X, então, $lx_i = 1$ e, portanto, o termo $q_i(1 - lx_i) = 0$ e o termo $p_i lx_i = p_i$. A caixa k está com sua largura paralela ao eixo X, então, $lx_k = 0$ e, portanto, o termo $q_k(1 - lx_k) = q_k$ e o termo $p_k lx_k = 0$. Assim, ter-se-á que $x_i + q_i - x_k \geq q_k$ as. Assim, tem-se que a largura da caixa k apoiada sobre a caixa i é calculada como a posição inicial da caixa i mais sua largura, $(x_i + q_i)$, menos a posição inicial da caixa k , x_k . Essa largura apoiada deve ser maior ou igual à largura da caixa k vezes o percentual mínimo de apoio definido pela empresa para dar estabilidade à carga. Outra situação que pode

ocorrer é a caixa k estar com seu comprimento paralelo ao eixo X, então, $lx_k = 1$ e, portanto, o termo $q_k(1 - lx_k) = 0$ e o termo $p_k lx_k = p_k$. Assim, ter-se-á que $x_i + p_i - x_k \geq p_k$ as. Assim, tem-se que o comprimento da caixa k apoiado sobre a caixa i é calculado como a posição inicial da caixa i mais seu comprimento, $(x_i + p_i)$, menos a posição inicial da caixa k . Esse comprimento deve ser maior ou igual ao comprimento da caixa k vezes o percentual mínimo de apoio definido pela empresa para dar estabilidade à carga. As restrições (38) e (39) se explicam de forma análoga às restrições (36) e (37) tomando como base o eixo Y.

Com isso, o modelo apresenta uma proposta de carregamento mais completa, que garante uma sequência de entrega na qual não há a necessidade de reorganização das caixas durante a viagem, e ainda garante uma área mínima de apoio para a carga devido à verificação da área de suporte, como pode ser observado na Figura 5 comparada com a arrumação anterior vista na Figura 3.

Como visto anteriormente, as caixas brancas devem ser retiradas primeiro, depois as cinzas e no final as caixas pretas. Pode ser visto na Figura 4b que o modelo arrumou as cargas para respeitar essa sequência de descarregamento e também manteve todas as caixas com área de suporte. Após a descrição completa do modelo, na próxima seção serão apresentados os resultados alcançados e a respectiva análise dos mesmos.

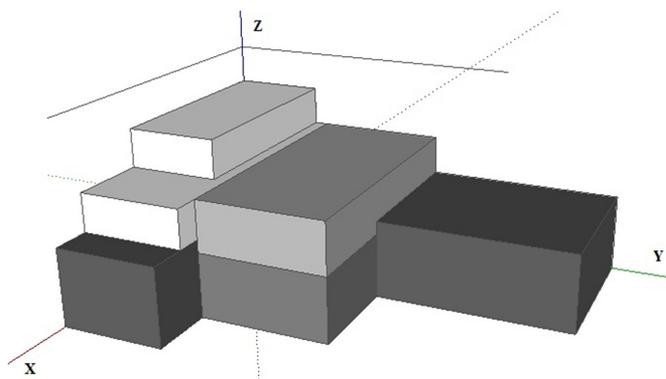


Figura 5. Solução com LIFO e área de suporte.

4 Apresentação e análise dos resultados

A formulação proposta na seção anterior e a execução de cada cenário foram desenvolvidas no CPLEX 12.6 e testadas em um computador Intel i7 com 8 GB de memória RAM. A escolha dos cenários reais a serem executados no modelo matemático proposto foi feita com base no histórico de viagens realizadas no período de janeiro a setembro de 2013 que saíram do Centro de Distribuição do Espírito Santo. No período foram realizadas 5.578 viagens. Do total de viagens realizadas, foram tratadas as viagens de cargas não paletizadas, que representaram 3.613 viagens. Nesse universo, 2.995 viagens são produtos não sazonais. Por fim, foi feita uma análise das viagens visando descobrir quantos destinos elas tinham. Percebeu-se que 169 viagens foram realizadas para mais de um destino, ou seja, para mais de uma cidade. Foram identificados 67 destinos diferentes no universo das 169 viagens selecionadas.

Posteriormente aplicou-se um percentual de 12% sobre o total de destinos verificados, para se definir o número de cenários a serem avaliados. Desse modo, determinou-se que seriam analisados oito cenários reais. Dentre os destinos verificados no histórico de dados, percebeu-se a ocorrência de entregas, durante uma mesma viagem, para um número de cidades que variou entre duas e quatro. Como existem diferentes destinos em cada viagem, fez-se necessário organizar as cargas de tal forma que as primeiras cargas a serem entregues na sequência dos pontos de entrega da viagem fossem armazenadas na parte mais de trás do compartimento de carga, a fim de poderem ser retiradas sem que se tivesse de remover outras cargas. Como visto anteriormente, essa restrição é conhecida como sequenciamento ou LIFO.

Optou-se então por executar no modelo matemático seis cenários com entregas destinadas a duas cidades, um cenário com destino para três cidades e um cenário com destino a quatro cidades, de maneira a verificar

o comportamento do modelo matemático em cada um desses casos. Para os três casos mencionados, foram escolhidos os destinos com maior incidência de viagens no histórico de dados. Foram levantadas as informações dos oito cenários reais a serem confrontados com as soluções propostas no modelo matemático. O parâmetro de comparação foi o cálculo do espaço não ocupado no compartimento de carga do veículo, pois é este valor que o modelo tem por objetivo minimizar.

A Tabela 1 apresenta as informações dos carregamentos reais referentes a um período de 30 dias para cada destino selecionado. A coluna 1 representa o número do cenário, as colunas 2, 3 e 4 representam os estados, as cidades de destino e o número de clientes atendidos, as colunas 5 a 7 representam o número da viagem, a data da viagem e o tipo da viagem. As colunas 8 a 12 representam as características dos veículos, respectivamente, tipo, espaço volumétrico (m^3), comprimento, largura e altura do compartimento de carga do veículo. A coluna 13 representa o número de caixas consideradas para arrumação, que conforme já foi explicado anteriormente, representam o agrupamento de diversas caixas pequenas por cliente/destino, formando o que a empresa denomina de *picking*. A coluna 14 representa o espaço volumétrico ocupado pelas caixas/*pickings* para a viagem específica. Por fim, a coluna 15 representa o espaço não ocupado do veículo quando realizou a viagem. Observou-se que para cada cenário pode existir mais de um destino e mais de uma viagem necessária para o abastecimento e/ou venda ao longo dos 30 dias examinados.

A partir dos dados da Tabela 1, o modelo proposto foi executado no CPLEX utilizando-se as caixas de todas as viagens que compõem cada cenário. Após isso, os resultados foram analisados, verificando-se se o modelo conseguiu uma melhor utilização dos veículos, se garantiu a política LIFO, se respeitou a área de suporte das caixas, os ganhos de espaço

conseguido pelo modelo e a redução do número de viagens necessárias no período analisado.

A Tabela 2 apresenta os resultados alcançados pelo modelo para os oito cenários descritos na Tabela 1. A coluna 1 representa o número do cenário, a coluna 2, o tempo de execução do CPLEX para chegar à solução do cenário, a coluna 3 representa o GAP quando o CPLEX não conseguiu chegar a uma solução ótima, a coluna 4 representa o valor da FO que é um número sem unidade. A coluna 5 e 6 representam, respectivamente, o *upper bound* e o

lower bound encontrados pelo CPLEX quando não foi possível encontrar uma solução ótima. A coluna 7 representa quantas viagens foram necessárias para transportar toda a carga para o destino e a coluna 8 representa o número de clientes atendidos.

Nota-se pela Tabela 2 que na maioria dos cenários o modelo foi capaz de chegar a uma solução ótima, tendo em vista que o GAP apresentado foi 0,0% para os cenários de 1 a 7. No caso do cenário 8, o modelo não foi capaz de chegar à solução ótima após 4,0 horas, apresentando um GAP de 36,8%.

Tabela 1. Informações dos cenários reais.

Cenário	Destino		Viagem			Veículo				Carga		Espaço não ocupado		
	UF	Cidades	Nº Clientes	Nº	Data	Tipo Viagem	Tipo Veículo	m³	Comp. (m)	Largura (m)	Altura (m)		Nº Caixas / Pickings	m³
1	PE	Garanhuns Recife	2	1	03/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	51	39
				2	13/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	50	40
				3	19/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	42	48
2	SE AL	Aracaju Maceió	2	1	03/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	63	27
				2	13/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	64	26
				3	19/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	58	32
3	TO PA	Palmas Benevides	2	1	02/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	35	55
				2	12/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	36	54
				3	19/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	58	32
4	PR SC	Pato Branco Chapecó	2	1	02/mai	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	42	48
				2	17/mai	Transfer	Trailer	90	10	3	3	6	44	46
5	BA	Feira de Santana Juazeiro	2	1	13/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	6	51	39
				2	20/set	Transfer	Trailer	90	10	3	3	4	50	40
6	ES	Guarapari Cachoeiro	2	1	02/ago	Sale	Truck	12	6	2	1	4	4	8
				2	18/ago	Sale	Truck	12	6	2	1	4	6	6
7	BA	Itabuna Vitória da Conq. Lauro de Freitas	3	1	15/set	Transfer/Sale	Trailer	90	10	3	3	6	57	33
				2	20/set	Transfer/Sale	Trailer	90	10	3	3	6	50	40
8	PA	Benevides Castanhal Ananindeua Paragominas	4	1	05/fev	Transfer	Trailer	90	10	3	3	8	71	19
				2	06/fev	Transfer	Trailer	90	10	3	3	8	60	30
				3	28/fev	Transfer	Trailer	90	10	3	3	8	71	19

Tabela 2. Informações da execução dos cenários no CPLEX.

Cenário	Tempo execução total (s)	Tempo para encontrar melhor (s)	GAP (%)	FO	UB	LB	Nº Veículos/ Viagem
1	1056,0	5,8	0,0	9222,1	-	-	2
2	99,0	9,4	0,0	19125,3	-	-	3
3	261,1	47,9	0,0	11475,4	-	-	2
4	93,0	4,1	0,0	21150,2	-	-	2
5	21,7	3,3	0,0	17775,2	-	-	2
6	52,6	1,8	0,0	450,3	-	-	1
7	953,0	8,2	0,0	16425,3	-	-	2
8	14400,0	5040,0	36,8	-	23.817,8	15.052,9	3

Mesmo com esse GAP, avaliou-se a pior possível solução alcançada, a *upper bound*, com o resultado encontrado pela empresa. A função objetivo (FO) resultante do modelo apresenta a soma dos custos do volume não ocupado do compartimento de carga de todos os veículos somado às coordenadas do ponto inferior frontal esquerdo de todas as caixas, conforme foi apresentado na Seção 3, Equação 1. Entretanto, para a análise comparativa dos ganhos obtidos pelo modelo com a redução da ociosidade do compartimento de carga do veículo fez-se necessário calcular os valores do volume não ocupado do compartimento de carga do veículo. Para tal, tomando os valores das variáveis n_j e s_{ij} encontradas na solução do modelo, pode-se calcular o espaço não ocupado pela fórmula

$$\theta = \sum_{j \in D} (L_j W_j H_j n_j) - \sum_{i \in C} (p_i q_i r_i s_{ij}) .$$

A Tabela 3 apresenta as variações no volume não ocupado do compartimento de carga do veículo verificadas pelo processo manual, pelo modelo matemático e a comparação entre os dois. Na Tabela 3, a coluna 1 representa o cenário e a coluna 2, as viagens realizadas em cada cenário. A coluna 3 apresenta a capacidade volumétrica do compartimento de carga de cada veículo. As colunas 4 e 5 representam, respectivamente, o resultado alcançado pelo procedimento manual realizado pela empresa relativo ao volume não ocupado e o percentual de ociosidade. As colunas 6 e 7 representam,

respectivamente, o resultado alcançado pelo modelo matemático proposto relativo ao volume não ocupado e o percentual de ociosidade. As colunas 8 e 9 representam, respectivamente, o ganho obtido pela solução do modelo em reação à solução realizada de forma manual pela empresa.

Os ganhos mais relevantes foram obtidos nos casos em que houve a redução da quantidade de viagens necessárias, em virtude dos ganhos de espaço gerados pelo modelo, como se pode notar nos cenários 1, 3 e 6. Em todos esses cenários foi reduzida uma viagem do total de viagens utilizada na prática pela empresa. Nos cenários 1 e 3 observa-se que duas das viagens tiveram o espaço não ocupado no veículo fortemente reduzidos pelo modelo, tornando uma das viagens desnecessária, reduzindo assim a necessidade de um veículo e consequentemente reduzindo o custo de frete vinculado a essa mercadoria. No cenário 6, por sua vez, a carga, que, na prática, foi distribuída entre dois veículos, foi toda alocada em um único veículo pelo modelo. Sendo assim, novamente, teve-se a redução de um veículo e, consequentemente, a redução de custo de frete vinculado a essa mercadoria.

Percebe-se, também, que, nos cenários 2, 4, 5, 7 e 8, o modelo alcançou os mesmos resultados, em termos de número de viagens, em relação aos cenários reais. Nota-se que ocorreu uma realocação da carga entre os veículos disponíveis, mantendo-se

Tabela 3. Comparativo entre a solução real e a apresentada pelo modelo.

Cenário	Viagem	Volume veículo (m ³)	Real		Modelo proposto		Diferença modelo x real	
			Volume não ocupado (m ³)	Ociosidade (%)	Volume não ocupado (m ³)	Ociosidade (%)	Volume não ocupado (m ³)	Ociosidade (%)
1	1	90,0	39,0	43,3	18,0	20,0	21,0	23,3
	2	90,0	40,0	44,4	20,0	22,2	20,0	22,2
	3	90,0	48,0	53,3	90,0	100,0	-42,0	100,0
2	1	90,0	27,0	30,0	27,0	30,0	0,0	0,0
	2	90,0	26,0	28,9	36,0	40,0	-10,0	-11,1
	3	90,0	32,0	35,6	22,0	24,4	10,0	11,1
3	1	90,0	55,0	61,1	90,0	100,0	-35,0	100,0
	2	90,0	54,0	60,0	24,0	26,7	30,0	33,3
	3	90,0	32,0	35,6	27,0	30,0	5,0	5,6
4	1	90,0	48,0	53,3	34,0	37,8	14,0	15,6
	2	90,0	46,0	51,1	60,0	66,7	-14,0	-15,6
5	1	90,0	39,0	43,3	47,0	52,2	-8,0	-8,9
	2	90,0	40,0	44,4	32,0	35,6	8,0	8,9
6	1	12,0	8,0	66,7	2,0	16,7	6,0	50,0
	2	12,0	6,0	50,0	12,0	100,0	-6,0	100,0
7	1	90,0	33,0	36,7	29,0	32,2	4,0	4,4
	2	90,0	40,0	44,4	44,0	48,9	-4,0	-4,4
8	1	90,0	19,0	21,1	22,0	24,4	-3,0	-3,3
	2	90,0	30,0	33,3	27,0	30,0	3,0	3,3
	3	90,0	19,0	21,1	19,0	21,1	0,0	0,0

a mesma ociosidade dos veículos entre a solução do modelo e a solução real. Porém, o modelo garante, sempre, o atendimento da política LIFO e da área de suporte, condições que nem sempre são garantidas pela arrumação dos veículos de forma manual, como ocorre atualmente. No entanto, isto não afeta o valor do frete, pois o mesmo é pago por viagem do caminhão.

Tendo em vista que no cenário 4 a solução encontrada pelo modelo apresentou um valor alto de ociosidade, 66,7%, decidiu-se testar o cenário com uma frota heterogênea, apesar de não ser a realidade da empresa atualmente. Dessa forma, foram criados três novos cenários, cenário 4A, cenário 4B e cenário 4C. Nos três, além das duas carretas de 90m³ do cenário 4, foram adicionados dois caminhões de 54m³ na frota, sendo que o caminhão de 54m³ tem o frete por m³ 30,0% maior que o da carreta de 90m³. No cenário 4B, o caminhão de 54m³ tem o frete por m³ 30,0% menor que o da carreta de 90m³. No cenário 4C, o caminhão de 54m³ tem o frete por m³ igual ao da carreta de 90m³. Os resultados encontrados para os três novos cenários podem ser vistos na Tabela 4.

Pode-se perceber pela Tabela 4 que quando foi disponibilizada uma frota heterogênea pelos dados de entrada, o modelo buscou alocá-la na óptica da redução do espaço ocioso. É interessante notar que no cenário 4A, no qual o frete do caminhão de 54m³ é mais caro que o da carreta de 90m³, o modelo ainda escolheu o caminhão de 54m³. Isso se deveu a que

se o modelo optasse por uma carreta de 90m³, ela carregaria 72m³, e aí um caminhão de 54m³ teria de carregar os restantes 8m³. Assim, a carreta teria um espaço ocioso de 18m³, a um custo de R\$ 4.590, e o caminhão teria um espaço ocioso de 46m³, a um custo de R\$ 8.188, o que dá um custo total de R\$ 12.778. O modelo escolheu dois caminhões de 54m³, sendo um carregado com 42m³ e o outro com 44m³, o que dá um volume ocioso total de 22m³, a um custo total de R\$ 3.916, ou seja, uma solução melhor do que a que podia se supor ser a “ótima”, usando uma carreta de 90m³. Pode-se notar pela Tabela 4 que com frota heterogênea o modelo pode optar por escolher a melhor solução de frota para a empresa.

Para a análise dos ganhos financeiros dos cenários 1, 3 e 6, optou-se por comparar o custo de viagens entre a solução real e a solução proposta pelo modelo. Assim, apurou-se o frete para cada destino de cada um dos cenários, valores multiplicados pelo número de viagens das soluções. Esses dados podem ser vistos na Tabela 5. Segundo os resultados da Tabela 4, caso as soluções apresentadas pelo modelo fossem implantadas, representariam um ganho mensal de R\$ 20.593 anual, estimado, de R\$ 247.121. Esse ganho representa uma redução aproximada de 8% nos custos de frete para os estados de Tocantins e Pará, de 3% para o estado de Pernambuco e de 2% para o do Espírito Santo. Assim, demonstra-se que o modelo matemático proposto pode proporcionar

Tabela 4. Resultados da análise para frota heterogênea.

Análise da ociosidade – Frota heterogênea										
Cenário	Viagem	Real			Modelo proposto			Redução pelo modelo		
		Volume veículo (m ³)	Volume não ocupado (m ³)	Ociosidade (%)	Volume veículo (m ³)	Volume não ocupado (m ³)	Ociosidade (%)	Valor (R\$)	Volume não ocupado (m ³)	Ociosidade (%)
4A	1	90,0	48,0	53,3	54,0	10,0	18,5	5.590,2	38,0	34,8
	2	90,0	46,0	51,1	54,0	12,0	22,2		34,0	28,9
4B	1	90,0	39,0	43,3	54,0	10,0	18,5	3.897,2	29,0	24,8
	2	90,0	40,0	44,4	54,0	12,0	22,2		28,0	22,2
4C	1	90,0	48,0	53,3	54,0	10,0	18,5	3.987,2	38,0	34,8
	2	90,0	46,0	51,1	54,0	12,0	22,2		34,0	28,9

Tabela 5. Ganhos financeiros pelas melhorias do modelo.

Cenários	Frete por veículo	Nº viagens		Custo (R\$)		Ganho	
		Real	Modelo	Real	Modelo	R\$	%
1	7.757,0	3	2	23.272,0	15.515,0	7.757,0	33%
3	11.240,0	3	2	33.721,0	22.481,0	11.240,0	33%
6	1.596,0	2	1	3.191,0	1.596,0	1.595,0	50%
						Redução mensal (R\$)	20.593,0
						Redução anual estimada (R\$)	247.116,0

ganhos financeiros significativos para a empresa, reduzindo o custo da logística de distribuição e, por conseguinte, o custo do produto final, tornando a empresa mais competitiva na disputa de um *market share* maior.

5 Conclusões

O trabalho promoveu um estudo logístico para otimização da capacidade volumétrica dos veículos de transporte e entrega de produtos alimentícios, fazendo uso de um modelo matemático desenvolvido para organização do carregamento de veículos em três dimensões. No caso da empresa estudada, a definição de rota se mostrou desnecessária, tendo em vista que as viagens de distribuição realizadas, normalmente, são para poucas cidades ao longo dos eixos rodoviários brasileiros.

Observou-se que o modelo foi satisfatório, tendo em vista que, nos cenários estudados, com a implementação do modelo proposto, haveria um ganho financeiro mensal de R\$ 20.593 e um ganho anual estimado de R\$ 247.121. O ganho alcançado representa uma redução aproximada de 8% dos custos de frete para os estados de Tocantins e do Pará, de 3% para o estado de Pernambuco e de 2% para o do Espírito Santo. Esse valor pode aumentar substancialmente se forem analisadas todas as viagens realizadas pela empresa.

Desse modo, o modelo se mostrou uma ferramenta importante na redução de custos logísticos, o que tem impacto direto no custo do produto e, conseqüentemente, na competitividade da empresa. Como sugestões de trabalhos futuros, seria interessante a proposição de uma meta-heurística para o problema tratado.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPES (458/2013), ao CNPq (477357/2013-0) e à CAPES pelo apoio financeiro e agradecem ainda à empresa estudada pelas informações e dados fornecidos.

Referências

- Araujo, R. R., Michel, F. D., & Senna, L. A. S. (2011). Uma abordagem de resolução integrada para os problemas de roteirização e carregamento de veículos. In: Confederação Nacional do Transporte – CNT, & Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes – ANPET. *Transporte em transformação XVI: trabalhos vencedores do Prêmio CNT: produção acadêmica 2011*. Brasília: Positiva. 216 p.
- Attanasio, A., Fuduli, A., Ghiani, G., & Triki, C. (2007). Integrated shipment dispatching and packing problems: a case study. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 6(1), 77-85. <http://dx.doi.org/10.1007/s10852-006-9050-5>.
- Bortfeldt, A., & Homberger, J. (2013). Packing first, routing second - a heuristic for the vehicle routing and loading problem. *Computers & Operations Research*, 40(3), 873-885. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2012.09.005>.
- Bortfeldt, A., & Wäscher, G. (2013). Constraints in container loading – a state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, 229(1), 1-20. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.006>.
- Bortfeldt, A., (2012). A hybrid algorithm for the capacitated vehicle routing problem with three dimensional loading constraints. *Computers & Operations Research*, 39(9), 2248-2257. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2011.11.008>.
- Ceschia, S., & Schaefer, A. (2013). Local search for a multi-drop multi-container loading problem. *Journal of Heuristics*, 19(2), 275-294. <http://dx.doi.org/10.1007/s10732-011-9162-6>.
- Chen, C. S., Lee, S. M., & Shen, Q. S. (1995). An analytical model for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, 80(1), 68-76. [http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)00002-T](http://dx.doi.org/10.1016/0377-2217(94)00002-T).
- Confederação Nacional do Transporte – CNT. (2013). *Boletim estatístico – CNT*. Recuperado em 17 de fevereiro de 2014, de <http://www.cnt.org.br/>
- Crainic, T. G., Perboli, G., & Tadei, R. (2009). TS² PACK: a two-level tabu search for the three-dimensional bin packing problem. *European Journal of Operational Research*, 195(3), 744-760. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.063>.
- Crainic, T., Perboli, G., & Tadei, R. (2008). Extreme point-based heuristics for three-dimensional bin packing. *INFORMS Journal on Computing*, 20(3), 368-384. <http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.1070.0250>.
- Den Boef, E., Korst, J., Martello, S., Pisinger, D., & Vigo, D. (2005). Erratum to “the three-dimensional bin packing problem”: robot-packable and orthogonal variants of packing problems. *Operations Research*, 53(4), 735-736. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.1050.0210>.
- Farooq, O., Pisinger, D., & Zachariassen, M. (2003). Guided local search for three-dimensional bin-packing problem. *INFORMS Journal on Computing*, 15(3), 267-283. <http://dx.doi.org/10.1287/ijoc.15.3.267.16080>.
- Fuellerer, G., Doerner, K. F., Hartl, R. F., & Iori, M. (2010). Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 201(3), 751-759. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.03.046>.
- Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., & Martello, S. (2006). A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. *Transportation Science*, 40(3), 342-350. <http://dx.doi.org/10.1287/trsc.1050.0145>.
- George, J., & Robinson, D. (1980). A heuristic for packing boxes into a container. *Computers & Operations Research*, 7(3), 147-156. [http://dx.doi.org/10.1016/0305-0548\(80\)90001-5](http://dx.doi.org/10.1016/0305-0548(80)90001-5).

- Iori, M., & Martello, S. (2010). Routing problems with loading constraints. *Top (Madrid)*, 18(1), 4-27. <http://dx.doi.org/10.1007/s11750-010-0144-x>.
- Iori, M., & Martello, S. (2013). An annotated bibliography of combined routing and loading problems. *The Yugoslav Journal of Operations Research*, 23(3), 1-16.
- Junqueira, L., Morabito, R., & Yamashita, D. (2011). Abordagens para problemas de carregamento de contêineres com considerações de múltiplos destinos. *Gestão & Produção*, 18(2), 265-284. <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-530X2011000200004>.
- Junqueira, L., Oliveira, J. F., Carravilla, M. A., & Morabito, R. (2013). An optimization model for the vehicle routing problem with practical three-dimensional loading constraints. *International Transactions in Operational Research*, 20(5), 645-666. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-3995.2012.00872.x>.
- Koloch, G., & Kaminski, B. (2010). Nested vs. joint optimization of vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. *Engineering Letters*, 18, 193-198.
- Lodi, A., Martello, S., & Vigo, D. (2002). Heuristic algorithms for the three-dimensional bin packing problem. *European Journal of Operational Research*, 141(2), 410-420. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00134-0](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00134-0).
- Martello, S., Pisinger, D., & Vigo, D. (2000). The three-dimensional bin packing problem. *Operations Research*, 48(2), 256-257. <http://dx.doi.org/10.1287/opre.48.2.256.12386>.
- Martello, S., Pisinger, D., Vigo, D., Boef, E. D., & Korst, J. (2007). Algorithm 864: general and robot-packable variants of the three-dimensional bin packing problem. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 33(1), 1-12. <http://dx.doi.org/10.1145/1206040.1206047>.
- Moura, A. (2008). A multi-objective genetic algorithm for the vehicle routing with time windows and loading. In: A. Bortfeldt, J. Homberger, H. Kopfer, G. Pankratz, & R. Strangmeier (Eds.), *Intelligent decision support* (pp. 187-201). Malsch, Germany: Gabler GmbH & Co.
- Moura, A., & Oliveira, J. F. (2009). An integrated approach to vehicle routing and container loading problems. *OR-Spektrum*, 31(4), 775-800. <http://dx.doi.org/10.1007/s00291-008-0129-4>.
- Peng, Y., Zhang, D., & Chin, F. Y. L. (2009). A hybrid simulated annealing algorithm for container loading problem. In: *Proceedings of the 1st ACM/SIGEVO Summit on Genetic and Evolutionary Computation* (pp. 919-928). Shangai: ACM.
- Pisinger, D. (2002). Heuristics for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, 141(2), 382-392. [http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00132-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00132-7).
- Ruan, Q., Zhang, Z., Miao, L., & Shen, H. (2013). Hybrid approach for the vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. *Computers & Operations Research*, 40(6), 1579-1589. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2011.11.013>.
- Tao, Y., & Wang, F. (2010). A new packing heuristic based algorithm for vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. In: *International Conference on Automation Science and Engineering, IEEE, CASE 2010* (pp. 972-977). Ontario: IEEE.
- Tarantilis, C. D., Zachariadis, E. E., & Kiranoudis, C. T. (2009). A hybrid metaheuristic algorithm for the integrated vehicle routing and three-dimensional container-loading problem. *Transactions on Intelligent Transportation Systems, IEEE*, 10(2), 255-271. <http://dx.doi.org/10.1109/TITS.2009.2020187>.
- Wang, Z., Li, K. W., & Levy, J. K. (2008). A heuristic for the container loading problem: a tertiary-tree-based dynamic space decomposition approach. *European Journal of Operational Research*, 191(1), 86-99. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2007.08.017>.
- Wäscher, G., Haußner, H., & Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3), 1109-1130. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2005.12.047>.
- Wu, Y., Li, W., Goh, M., & Souza, R. (2010). Three-dimensional bin packing problem with variable bin height. *European Journal of Operational Research*, 202(2), 347-355. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.040>.
- Zhang, D.-F., Wei, L.-J., Chen, Q.-S., & Chen, H.-W. (2007). A combinational heuristic algorithm for the three-dimensional packing problem. *Journal of Software*, 18(9), 2083-2089. <http://dx.doi.org/10.1360/jos182083>.
- Zhu, W., Qin, H., Lim, A., & Wang, L. (2012). A two-stage tabu search algorithm with enhanced packing heuristics for the 3L-CVRP and M3L-CVRP. *Computers & Operations Research*, 39(9), 2178-2195. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2011.11.001>.