

Modelagem bayesiana da precipitação máxima de Petrópolis (RJ) e Poços de Caldas (MG)

Bayesian modeling of the maximum rainfall of Petrópolis (RJ) and Poços de Caldas (MG)

Sandra Valéria Coelho da Silva¹ , Thales Rangel Ferreira¹ , Fabricio Goecking Avelar¹ , Gilberto Rodrigues Liska¹ , Joel Augusto Muniz¹ , Luiz Alberto Beijo^{1*} 

RESUMO

As cidades de Petrópolis (RJ) e Poços de Caldas (MG) estão situadas em regiões serranas de seus respectivos estados e sofrem frequentemente com estragos provocados por fortes chuvas. Analisar e prever a ocorrência de precipitações máximas nessas localidades são fundamentais para o planejamento de atividades vulneráveis à sua ocorrência. A modelagem dessa variável é feita geralmente com distribuição generalizada de valores extremos (GEV), e a metodologia bayesiana tem apresentado bons resultados na estimação de seus parâmetros. Sendo assim, o presente estudo teve como objetivos ajustar a distribuição GEV às séries históricas de precipitação máxima de Petrópolis e Poços de Caldas e avaliar diferentes estruturas de distribuições *a priori*, informativas e não informativas, na predição da precipitação máxima esperada para diferentes tempos de retorno. Foram analisados o número de acertos e a precisão a fim de avaliar as previsões obtidas com as informações advindas das precipitações máximas de diferentes localidades para eliciação da distribuição *a priori*. A obtenção das distribuições marginais *a posteriori* foi realizada usando-se o método Monte Carlo via cadeias de Markov. A utilização da distribuição *a priori* informativa fundamentada nos dados de Poços de Caldas foi mais precisa e teve maior número de acertos para prever as precipitações máximas para Petrópolis, enquanto para Poços de Caldas foi *a priori* informativa com base nas informações de São João da Boa Vista (SP). Para ambas as localidades, espera-se que, em um tempo médio de cinco anos, ocorra pelo menos um dia com precipitação máxima igual ou superior a 100 mm.

Palavras-chave: chuva extrema, distribuição generalizada de valores extremos, *priori* informativa, tempos de retorno.

ABSTRACT

The cities of Petrópolis (RJ) and Poços de Caldas (MG) are located in the mountain range regions of their respective states in Brazil. They frequently suffer from damage caused by heavy rains. Therefore, analyzing and predicting the occurrence of maximum rainfall for these locations is fundamental for planning activities that are vulnerable to its occurrence. The modeling of this variable is done, generally, through the generalized distribution of extreme values (GEV), which the Bayesian methodology has shown good results in estimating its parameters. Therefore, the present study aimed to fit the GEV distribution to the historical series of maximum rainfall in Petrópolis and Poços de Caldas, and to evaluate different structures of prior distributions, informative and non-informative, in predicting the maximum rainfall expected for different return times. The number of successes and precision were analyzed in order to evaluate the predictions obtained with the information from the maximum rainfall of different locations to elicit the prior distribution. To obtain the posterior marginal distributions, the Monte Carlo method via Markov Chains was used. The use of informative prior distribution based on data from Poços de Caldas was more precise and accurate to predict the maximum rainfall for Petrópolis, while for Poços de Caldas, the informative prior based on information from São João da Boa Vista (SP) provided the best results. For both locations, it is expected that, in an average time of 5 years, there will be at least one day with maximum rainfall equal to or greater than 100 mm.

Keywords: extreme rainfall, generalized distribution of extreme values, informative prior, return time.

¹Universidade Federal de Alfenas, Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria - Alfenas (MG), Brasil.

*Autor correspondente: luiz.beijo@unifal-mg.edu.br

Conflitos de interesse: os autores declaram não haver conflitos de interesse.

Financiamento: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Código de Financiamento 001.

Recebido: 24/12/2021 - **Aceito:** 24/10/2022

INTRODUÇÃO

As ocorrências de eventos climáticos extremos severos têm ganhado cada vez mais atenção da sociedade e da comunidade científica, principalmente pelo seu poder de destruição, acarretando perdas de vidas humanas e animais e de ordem econômica. A chuva apresenta grande influência nas atividades humanas, com aspectos favoráveis quando moderada e desfavoráveis quando intensa. Quando ocorre com alta intensidade, os seus efeitos são danosos, causando alagamentos, erosão nos solos, destruições nas plantações, rompimentos de diques e represas, entre outros (BASSO *et al.*, 2016; REBOITA *et al.*, 2017; PETRUCCI; OLIVEIRA, 2019).

As cidades de Petrópolis (RJ) e Poços de Caldas (MG) têm sofrido danos por causa da ocorrência de chuvas intensas, que têm ocasionado enchentes e alagamentos nos últimos anos, uma vez que municípios erguidos em regiões de relevos e declividades proeminentes têm maior chance de sofrer os impactos de grandes volumes pluviométricos (TAVARES; FERREIRA, 2020). As fortes chuvas ocorridas nos anos de 2011, 2013 e 2022 na região serrana do estado do Rio de Janeiro e que provocaram um dos piores desastres do país (PINHEIRO; ANDRADE; MOURA, 2011; OTTERO; CHARGEL; HORA, 2018; LARA; WIEDERKEHR, 2022) e as 25 ocorrências relacionadas a desastres naturais em Poços de Caldas, entre 2000 e 2013 (SARDINHA *et al.*, 2016), somadas ao fato de que Petrópolis e Poços de Caldas estão localizadas em regiões serranas e possuem climas (Cfb e Cwb, respectivamente) semelhantes quanto às precipitações mensais e anuais (ROLIM *et al.*, 2007), foram as principais motivações para a seleção das áreas a serem analisadas.

Sendo assim, a análise estatística dos registros meteorológicos é fundamental para entender os padrões climáticos das cidades e até mesmo das regiões, que são base para o planejamento das atividades de agricultura, saúde, planejamento urbano, entre outros. Logo, a previsão probabilística da ocorrência de precipitações máximas é de grande importância para o planejamento das atividades sujeitas a seus efeitos adversos, tais como a implantação de projetos de engenharia hidráulica e agrícola (PETRUCCI; OLIVEIRA, 2019). Portanto, conhecer, analisar e prever um evento climático extremo ao longo do tempo se faz relevante para o planejamento de atividades vulneráveis à sua ocorrência.

Com respeito a eventos climáticos extremos, a previsão de ocorrência pode ser feita, entre outros modos, por meio da distribuição generalizada de valores extremos (GEV), a qual foi desenvolvida por Jenkinson (1955) e expressa em uma única função os três tipos de distribuição assintótica de valores extremos (Gumbel, Fréchet e Weibull). Há alguns métodos utilizados com o intuito de obter os estimadores dos parâmetros da distribuição GEV. Embora o método da máxima de verossimilhança seja um dos mais usados (BAUTISTA; ZOCCHI; ANGELOCCI, 2004), Coles e Dixon (1999) indicaram que esses estimadores não mantêm as boas propriedades em pequenas amostras, além de que, quando $-1 < \xi < -0,5$, os estimadores de máxima verossimilhança existem, mas não são regulares, e, quando $\xi < -1$, os estimadores de máxima verossimilhança não existem (SMITH, 1985). Uma maneira de contornar essa dificuldade, no processo de estimação, é adotar a inferência bayesiana, conforme sugerido por Coles e Powell (1996), que, juntamente com Coles e Tawn (1996), estão entre os primeiros autores a aplicar inferência bayesiana na distribuição GEV.

A abordagem bayesiana tem apresentado resultados mais acurados e precisos na análise de valores extremos (COLES; DIXON, 1999; BEIJO; VIVANCO; MUNIZ, 2009; MARTINS *et al.*, 2018), já que ela permite que sejam incorporadas informações *a priori*, o que possibilita a redução das incertezas acerca das

estimativas dos parâmetros. Outro ponto favorável, segundo Coles e Pericchi (2003), é que, além de possibilitar técnicas simples e transparentes para expressar incertezas e previsões, a abordagem bayesiana fornece um quadro mais coerente para acompanhar e quantificar as incertezas envolvidas no processo de previsão de precipitação máxima.

Apesar de diferentes trabalhos realizados analisarem a precipitação e suas consequências para diversas regiões por intermédio de métodos variados sobre as estimativas dos parâmetros da distribuição GEV (MEDEIROS; BARROS, 2011; OLIVEIRA *et al.*, 2014; OTTERO; CHARGEL; HORA, 2018), não foram encontrados estudos abrangendo o nível de retorno pluviométrico das cidades de Petrópolis e Poços de Caldas que aplicassem a inferência bayesiana. Soma-se a isso o fato de que neste estudo, para a estimação dos parâmetros e para a previsão da ocorrência de precipitações máximas, se utilizam diferentes informações *a priori* provenientes de cidades com características que se assemelham às em questão, como distância, altura e clima, o que possibilita a obtenção de melhores resultados.

Em razão da importância da previsão da ocorrência de precipitações extremas, objetivou-se com este trabalho prever a ocorrência de precipitações máximas esperadas para as cidades de Petrópolis e Poços de Caldas, mediante o ajuste da distribuição GEV via abordagem bayesiana, comparando diferentes distribuições *a priori* (informativas e não informativas). Especificamente, foi avaliado se as informações a respeito das precipitações máximas das duas cidades em estudo e das cidades de Campos do Jordão (SP), Juiz de Fora (MG), São João da Boa Vista (SP) e Teresópolis (RJ), que são próximas às localidades em estudo, favorecem o aumento do número de acertos e a precisão na previsão de precipitação máxima. Por meio da escolha da distribuição *a priori* mais adequada, foram realizadas para ambas as localidades a previsão pontual e a previsão intervalar das precipitações máximas esperadas para os tempos de retorno de dois, cinco, 10, 25, 50, 100, 125, 150 e 200 anos.

METODOLOGIA

Dados e região de estudo

Os dados de precipitação diária utilizados são expressos em altura por lâmina d'água (mm) e referem-se aos anos de 1943 a 2020. Desse conjunto de dados, foram selecionadas as precipitações máximas diárias anuais, totalizando uma série de máximos de até 78 dados para cada cidade analisada.

Os dados de precipitação de Petrópolis foram obtidos no Portal HidroWeb, do Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos (SNIRH), gerenciado pela Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA) na estação de coleta número 02243011, que possui dados referentes aos anos de 1943 a 2020. De acordo com Guerra, Gonçalves e Lopes (2007), Petrópolis está localizada ao norte do estado do Rio de Janeiro, a 845 m de altitude, e tem área de 811 km². Conforme a classificação de Köppen, seu clima é do tipo Cfb mesotérmico, com verão longo e chuvoso.

Visando obter uma série histórica de precipitação máxima para Poços de Caldas com a maior quantidade de dados, foi composta uma única série de precipitação máxima por meio de observações obtidas de três diferentes estações. A série principal da estação, de código 83681 (1989 a 2015), foi obtida no Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa do Instituto Nacional de Meteorologia, e as demais séries das estações, com os

respectivos códigos 2146048 e 2146074 (1941-1988 e 2016-2020), foram obtidas no Portal HidroWeb e utilizadas para complementar as lacunas da série principal. Como se verifica na Tabela 1, a série de precipitações máximas diárias anuais de Poços de Caldas possui 61 dados. Isso se deve ao fato de os registros das estações não conterem dados para os anos de 1952 a 1955, 1971 a 1979, 1982 e 1986 a 1988.

Poços de Caldas está situada ao sul do estado de Minas Gerais, a 1.286 m de altitude, e possui área total de 544 km². Segundo a classificação de Köppen, a cidade possui clima do tipo Cwb mesotérmico, caracterizado por verão com altos índices pluviométricos nos meses de outubro a março e inverno seco nos meses de abril a setembro (SARDINHA *et al.*, 2016).

Para ambas as séries, as observações referentes aos anos de 1943 a 1980 foram utilizadas para estimar os parâmetros da distribuição GEV e calcular a precipitação máxima provável para os tempos de retorno de 10, 20, 30 e 40 anos. Das observações restantes (1981 a 2020), foram extraídas as precipitações máximas observadas em 10, 20, 30 e 40 anos para verificar o número de acertos na predição e o erro absoluto médio percentual das precipitações máximas esperadas obtidas via inferência bayesiana, considerando as diferentes distribuições *a priori*.

Para verificar se as observações satisfaziam à pressuposição de independência da função de verossimilhança, foi utilizado o teste de Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978) ao nível de significância de 1%. Para analisar a estacionariedade da série, utilizou-se o teste de Mann-Kendall (MANN, 1945; KENDALL, 1975) ao nível de significância de 5%.

Modelagem

Para ambas as séries de precipitação máxima, de Petrópolis e Poços de Caldas, ajustou-se a distribuição GEV, que, conforme Mendes (2004), tem a função densidade de probabilidade dada pela Equação 1:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1}{\xi}\right)} \right\} \right\} \quad (1)$$

Definida em $+\xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) > 0$ para $\xi \neq 0$ e $x \in \mathbb{R}$ para $\xi \neq 0$.

Em que:

μ = parâmetro posição, com $\sigma > 0$.

σ = parâmetro escala, com $\sigma > 0$.

ξ = parâmetro forma, com $\sigma > 0$.

Para obter estimativas dos parâmetros da distribuição GEV, foi utilizada inferência bayesiana. Essa metodologia permite incorporar toda informação acerca dos parâmetros na distribuição *a posteriori* ($p(\theta|x)$), dada pela Equação 2, a qual combina a função de verossimilhança da distribuição ($L(\theta|x)$), que incorpora informação provinda dos dados, e a distribuição *a priori* ($p(\theta)$), que incorpora conhecimento a respeito dos parâmetros externos aos dados que pode ser obtido de problemas e fatos análogos ou da experiência de um especialista.

$$p(\theta|x) \propto L(\theta|x)p(\theta). \quad (2)$$

A função de verossimilhança da distribuição GEV é dada pela Equação 3:

$$L(\theta|x) = \frac{1}{\sigma^n} \prod_{i=1}^n \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1}{\xi}\right)} \right\} \right\} \quad (3)$$

Em que:

$$\theta = (\mu, \sigma, \xi)$$

Como distribuição *a priori*, foi utilizada a distribuição normal trivariada, conforme proposto por Coles e Powell (1996), dada pela Equação 4:

$$p(\theta) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\theta - \Phi_0)^t \Sigma_0^{-1} (\theta - \Phi_0) \right\} \quad (4)$$

Em que:

$\Phi_0 = (\mu_0, \log \sigma_0, \xi_0)$ = vetor de médias dos hiperparâmetros;

Σ_0 = a matriz de variâncias e covariâncias, dada pela Equação 5:

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} var(\mu_0) & cov(\log \sigma_0, \mu_0) & cov(\xi_0, \mu_0) \\ cov(\mu_0, \log \sigma_0) & var(\log(\sigma_0)) & cov(\xi_0, \log \sigma_0) \\ cov(\mu_0, \xi_0) & cov(\log \sigma_0, \xi_0) & var(\xi_0) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Para a obtenção das informações para os hiperparâmetros da distribuição *a priori*, foi ajustada a distribuição GEV aos dados de precipitação máxima das cidades de Campos do Jordão, Juiz de Fora, São João da Boa Vista e Teresópolis, que são próximas às duas localidades em estudo (Figura 1), tendo sido os dados obtidos no Portal HidroWeb. Além das cidades citadas, os dados de Poços de Caldas e Petrópolis foram utilizados mutuamente como informação *a priori*.

Os valores dos hiperparâmetros adotados para *a priori* informativa de Campos do Jordão, Juiz de Fora, São João da Boa Vista, Petrópolis, Poços de

Tabela 1 - Características climáticas e geográficas das cidades de Campos do Jordão, Juiz de Fora, Petrópolis, Poços de Caldas, São João da Boa Vista e Teresópolis, além dos respectivos tamanhos de amostra (n) utilizada e da distância linear (km) das cidades a Petrópolis e Poços de Caldas.

Cidade	Clima (Köppen)	Altitude (m)	Latitude	Longitude	n	Distância a Petrópolis	Distância a Poços de Caldas
Campos do Jordão	Cfb subtropical	1628	22°44'22"S	45°35'29"W	78	250,3	145,3
Juiz de Fora	Cwa subtropical	698	21°41'20"S	43°20'59"W	78	91,7	332,5
Petrópolis	Cfb mesotérmico	845	22°30'00"S	43°10'12"W	78	-	358,7
Poços de Caldas	Cwb mesotérmico	1286	21°47'18"S	46°33'45"W	61	358,7	-
São João da Boa Vista	Cwa mesotérmico	780	21°58'00"S	46°48'00"W	75	378,7	31,6
Teresópolis	Cfb mesotérmico	980	22°25'00"S	42°58'41"W	78	21,8	376,3

Fonte: Guerra, Gonçalves e Lopes (2007), Lima e Medeiros (2008), Medeiros e Barros (2011), Silveira (2012), Sardinha *et al.* (2016), Torres *et al.* (2016), Mazzarella *et al.* (2019) e Cardozo e Valério Filho (2021).

Caldas e Teresópolis estão na Tabela 2. Posto que as matrizes de covariância 3 × 3 são simétricas, foram apresentados somente os valores da diagonal principal (variância) e superior ou inferior (covariância).

Com o intuito de flexibilizar as informações fornecidas *a priori*, as matrizes de variância e covariância, Σ_0 das distribuições *a priori* informativas de Campos do Jordão, Juiz de Fora, São João da Boa Vista, Poços de Caldas e Teresópolis foram multiplicadas por 1 e 4, as quais foram denominadas, respectivamente, de PICJ1, PICJ4, PIJF1, PIJF4, PISJ1, PISJ4, PIPC1, PIPC4, PITe1, PITe4. Conforme Butturi-Gomes, Beijo e Avelar (2019) e Branco, Oliveira e Beijo (2022), a flexibilização das informações *a priori* é o processo de suavização do peso da *priori* no processo de estimação e ocorre por causa do aumento do valor da variância.

Para o caso da distribuição *a priori* não informativa, foram adotados os respectivos valores dos hiperparâmetros:

$$\phi_0 = (0, 1, 0) \text{ e a diagonal principal de } \Sigma_0 = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 \\ 0 & 10000 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

A distribuição *a posteriori*, dada pelo produto das Equações 3 e 4, não possui solução analítica, e, para obtenção das cadeias *a posteriori* para cada parâmetro, necessitou-se utilizar o algoritmo iterativo de Metropolis Hastings (GAMERMAN, 1996), que é fundamentado no método de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC). Foram geradas cadeias com 120 mil iterações,

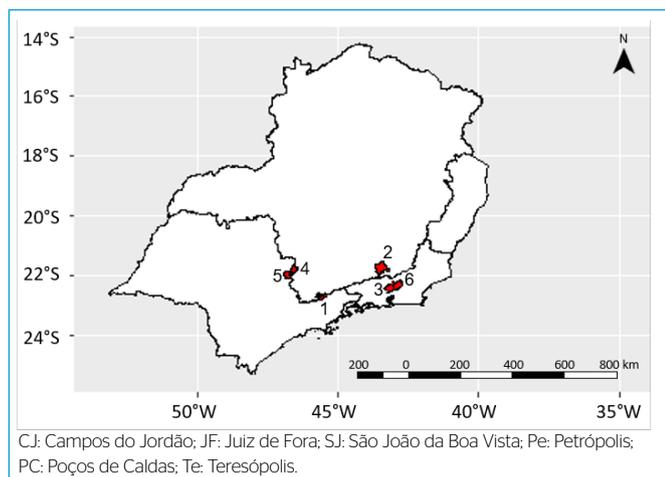


Figura 1 - Mapa de localização das cidades de (1) Campos do Jordão (SP), (2) Juiz de Fora (MG), (3) Petrópolis (RJ), (4) Poços de Caldas (MG), (5) São João da Boa Vista (SP) e (6) Teresópolis (RJ).

Tabela 2 - Valores dos hiperparâmetros obtidos via distribuição generalizada de valores extremos ajustada aos dados de precipitação máxima diária anual dos municípios Campos do Jordão, Juiz de Fora, São João da Boa Vista, Petrópolis, Poços de Caldas e Teresópolis.

Cidade	Média			Variância			Covariância		
	μ_0	σ_0	ξ_0	μ_0	σ_0	ξ_0	σ_0, μ_0	ξ_0, σ_0	ξ_0, μ_0
Campos do Jordão	65,76	19,93	0,10	15,09	9,22	0,03	6,51	-0,31	-0,20
Juiz de Fora	64,55	20,53	-0,26	14,10	7,66	0,02	1,18	-0,20	-0,21
São João da Boa Vista	67,60	13,75	-0,16	7,22	4,20	0,03	1,87	-0,25	-0,23
Petrópolis	73,80	22,04	-0,08	17,19	9,23	0,02	4,31	-0,27	-0,22
Poços de Caldas	75,66	20,30	-0,44	19,84	11,72	0,03	-1,60	-0,32	-0,37
Teresópolis	64,05	16,58	-0,16	9,98	5,57	0,02	2,18	-0,24	-0,22

tendo sido feito descarte (*burn-in*) das 20 mil primeiras iterações e realizados saltos (*thinning*) a cada 20 iterações.

A análise de convergência das cadeias foi realizada por meio de três critérios: critério de Geweke, critério de Raftery e Lewis e critério de Heidelberger-Welch. Na prática, o critério de Geweke (1992) deve ser observado se o módulo da estatística do teste é superior a 1,96, isto é, $|ZG| < 1,96$. No critério de Raftery e Lewis (1992) foi verificado se o fator de dependência é próximo de 1. No critério de Heidelberger-Welch (1983) se constatou se o valor p do teste foi superior ao nível de significância adotado (5%).

Avaliação das distribuições *a priori*

Para avaliar o desempenho das distribuições *a priori*, foram utilizados o critério de informação pela desviância (DIC), o número de acertos na predição (NAP), a amplitude intervalar média (AIM) e o erro absoluto médio percentual (EAMP).

O DIC, introduzido por Spiegelhalter et al. (2002), em problemas bayesianos de seleção de modelos para os quais amostras das distribuições *a posteriori* dos parâmetros dos modelos são obtidas por simulação Monte Carlo via cadeias de Markov é comum e dá-se pela Equação 6:

$$DIC = D(\bar{\theta}) + 2p_D \tag{6}$$

Em que:

$D(\bar{\theta})$ = a desviância na média *a posteriori*;

p_D = o número efetivo de parâmetros no modelo, que é dado por $p_D = \overline{D(\theta)} - D(\bar{\theta})$, em que $\overline{D(\theta)} = E[D(\theta)]$ é a desviância média *a posteriori*.

Spiegelhalter et al. (2003) sugerem utilizar o módulo da diferença entre os valores de DIC de dois modelos, A e B (Equação 7):

$$D = |DIC_A - DIC_B| \tag{7}$$

Segundo os autores, se $D > 5$, existe diferença substancial entre os modelos e deve-se preferir o modelo de menor DIC. Caso contrário, não há diferença substancial entre os modelos, e outro critério deve ser aplicado.

Os valores das métricas NAP, AIM e EAMP foram obtidos baseando-se nos níveis de retorno para os tempos de retorno (T) de 10, 20, 30 e 40 anos.

O nível de retorno, que corresponde ao quantil da distribuição GEV (1), equivalente à precipitação máxima esperada para determinado tempo de retorno (T , em anos), conforme Mendes (2004), é dado pela Equação 8:

$$x_p = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\xi} \left\{ 1 - \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right]^{-\xi} \right\} \quad (8)$$

As estimativas x_p foram obtidas pela substituição das cadeias *a posteriori* dos parâmetros das distribuições GEV na Equação 8, formando assim uma distribuição preditiva. Como estimativa pontual, foi adotada a média *a posteriori*.

Mediante o conhecimento dos níveis de retorno preditos, pôde-se calcular o EAMP, dado pela Equação 9:

$$EAMP = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left| \frac{x_o - x_p}{x_o} \right| \times 100, \quad (9)$$

Em que:

x_o = precipitação máxima observada;

x_p = precipitação máxima predita para o *j*-ésimo tempo de retorno;

k = número de previsões.

Para avaliar o número de acertos na predição, foi analisado se os valores observados da precipitação máxima, para cada tempo de retorno, pertencem aos intervalos de credibilidade *highest posterior density* (HPD) a 95% para os respectivos tempos de retorno. A precisão foi avaliada usando-se a amplitude de intervalo de credibilidade HPD a 95%, que é dada pela diferença entre o seu limite superior e o seu limite inferior, tendo sido adotada a AIM, dada pela Equação 10:

$$AIM = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (LS_j - LI_j), \quad (10)$$

Em que:

LI_j e LS_j = respectivamente, os limites inferior e superior do intervalo HPD de 95% de credibilidade da precipitação máxima predita para o *j*-ésimo tempo de retorno;

k = número de previsões.

Como critério de decisão para seleção da distribuição *a priori* mais adequada para se realizar as predições de precipitação máxima para cada cidade, utilizou-se a seguinte ordem das métricas de avaliação: se *D* > 5, deve-se selecionar o modelo com menor valor de DIC; se não, deve-se escolher o modelo com maior NAP, menor AIM e menor EAMP.

Com base no conhecimento da distribuição *a priori* utilizada, foram realizadas, para ambas as localidades, a predição pontual e intervalar das precipitações máximas esperadas para os tempos de retorno de dois, cinco, 10, 25, 50, 100, 125, 150 e 200 anos.

Todas as análises estatísticas foram feitas com auxílio do *software* R Core Team (2021) e seus respectivos pacotes: *coda* (PLUMMER, 2015), *evdbayes* (STEPHENSON; RIBATET, 2006) e *extRemes* (GILLELAND; KATZ, 2015).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Figura 2 são apresentados os gráficos de dispersão das precipitações máximas anuais de Campos do Jordão, Juiz de Fora, São João da Boa Vista, Petrópolis, Poços de Caldas e Teresópolis, correspondentes aos registros de 1943 a 2020. Pode-se observar que a cidade de Juiz de Fora e Petrópolis têm maior ocorrência de precipitações máximas superiores a 100 mm.

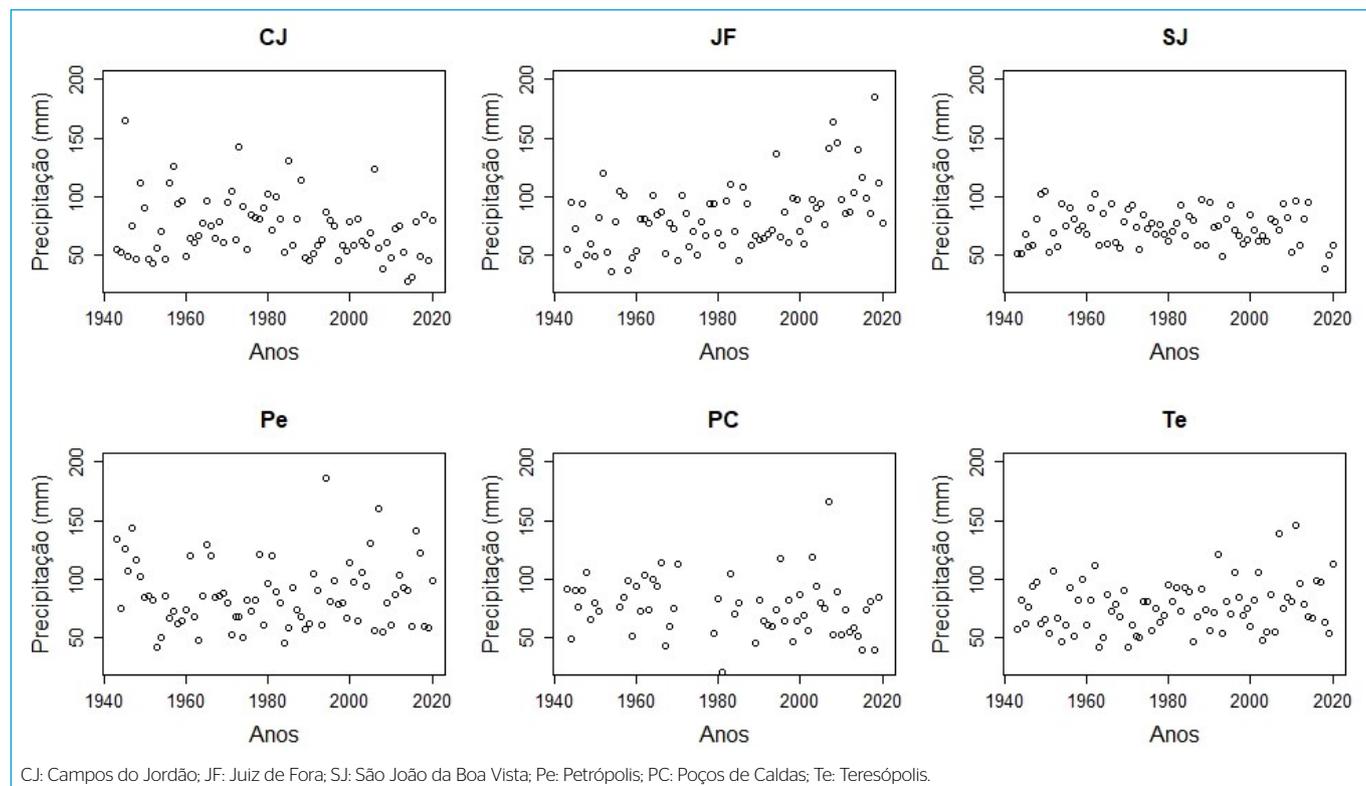


Figura 2 - Gráfico de dispersão das séries de precipitação máxima diária anual (mm) ocorridas no período de 1943 a 2020 nas cidades de Campos do Jordão (SP), Juiz de Fora (MG), São João da Boa Vista (SP), Petrópolis (RJ), Poços de Caldas (MG) e Teresópolis (RJ).

Na Figura 3 estão os diagramas de caixa dos dados de precipitação máxima anual referentes aos anos de 1943 a 2020 das cidades Campos do Jordão, Juiz de Fora, São João da Boa Vista, Petrópolis, Poços de Caldas e Teresópolis. Observa-se que o terceiro quartil para os dados Petrópolis apresenta valor superior a 100 mm, indicando que, das precipitações máximas anuais que ocorreram entre 1943 e 2020, 25% exibiram valores superiores a 101,4 mm. Vê-se também que somente para as séries de máximos das cidades de Petrópolis e Juiz de Fora as medianas foram superiores a 80 mm. Pode-se verificar que, com exceção da série de máximos de São João da Boa Vista, há presença de *outliers* para todas as demais séries.

Para verificar as pressuposições de independência e estacionariedade das séries de precipitações máximas, foram utilizados, respectivamente, os testes de Ljung-Box e Mann-Kendall, com seus resultados apresentados na Tabela 3.

Conforme a Tabela 3, pode-se observar que, pelos resultados do teste de Ljung-Box ao nível de significância de 5%, as séries de máximos são independentes. Por meio do teste de Mann-Kendall, verificou-se que as séries são

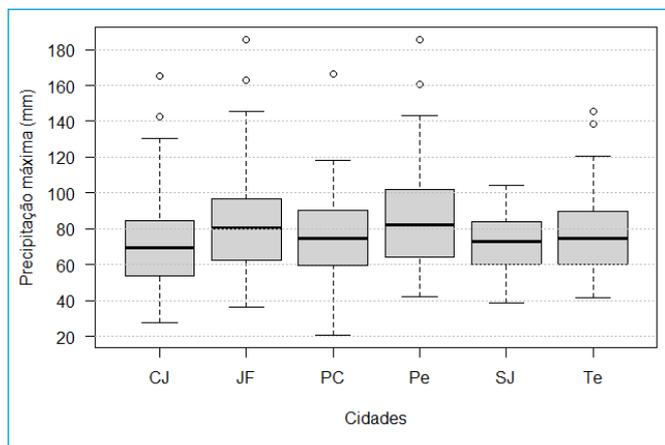


Figura 3 - Diagramas de caixa (boxplot) referentes às precipitações máximas anuais ocorridas nos anos de 1943 a 2020 nas cidades de Campos do Jordão (SP), Juiz de Fora (MG), São João da Boa Vista (SP), Petrópolis (RJ), Poços de Caldas (MG) e Teresópolis (RJ).

estacionárias, ou seja, não há indícios de presença de tendências nas séries de máximos. Esse resultado corrobora os obtidos por Penereiro e Meschiatti (2018), que, ao analisarem tendências climáticas em 243 séries anuais de precipitação pluviométrica em cidades do Brasil, constataram ausência de tendência no índice de precipitação em mais de 91% dos casos.

Satisfeitas às pressuposições de que as séries de Petrópolis e Poços de Caldas são independentes e que não há evidência de presença de tendências, torna-se possível o ajuste da distribuição GEV via inferência bayesiana aos dados de precipitação máxima de Petrópolis e Poços de Caldas. Na Tabela 4, há o resumo dos resultados dos critérios de convergência utilizados, Geweke, Raftery e Lewis e Heidelberg-Welch, constando apenas o maior valor do fator de Raftery e Lewis, a maior estatística de Geweke e o menor valor *p* de Heidelberg-Welch, entre os três parâmetros de cada distribuição *a priori*.

Pelos resultados da Tabela 4, verifica-se que, para todas as distribuições *a priori* e todos os parâmetros (μ, σ, ξ), não há evidências de ausência de convergência das cadeias *a posteriori*. De fato, analisando-se o fator de dependência do critério de Raftery e Lewis, os valores ficaram próximos de 1, o que indica independência entre as iterações. Conforme Nogueira, Safadi e Ferreira (2004), considera-se que não há convergência das cadeias *a posteriori* para valores de fator de dependência acima de 5. Pelo critério de Geweke, tem-se que os módulos das estatísticas são inferiores a 1,96, indicando que não há indícios de ausência

Tabela 3 - Resultados dos testes (valor *p*) de Ljung-Box e Mann-Kendall das séries de precipitação máxima anual (mm), de 1943 a 1980, em Campos do Jordão (SP), Juiz de Fora (MG), São João da Boa Vista (SP), Petrópolis (RJ), Poços de Caldas (MG) e Teresópolis (RJ).

Cidade	Ljung-Box	Mann-Kendall
Campos do Jordão	0,8229	0,0645
Juiz de Fora	0,9995	0,6150
São João da Boa Vista	0,9982	0,5887
Petrópolis	0,8780	0,8799
Poços de Caldas	0,3190	0,8773
Teresópolis	0,4199	0,5974

Tabela 4 - Resumo dos resultados dos critérios de convergência: fator Raftery e Lewis, módulo da estatística de Geweke e valor *p* de Heidelberg-Welch.

Prioris	Petrópolis			Poços de Caldas		
	Fator Raftery e Lewis	Módulo da estatística de Geweke	Valor <i>p</i> de Heidelberg-Welch	Fator Raftery e Lewis	Módulo da estatística de Geweke	Valor <i>p</i> de Heidelberg-Welch
PNI	1,2	1,193	0,593	1,4	1,365	0,756
PICJ1	1,3	1,648	0,465	1,3	0,898	0,083
PICJ4	1,7	1,954	0,070	1,7	1,748	0,185
PIJF1	1,3	1,779	0,416	1,4	1,090	0,252
PIJF4	1,6	1,176	0,653	1,7	1,255	0,473
PISJ1	1,1	0,791	0,773	1,1	0,625	0,130
PISJ4	1,5	1,417	0,340	1,5	1,110	0,068
PIPC1	1,4	1,179	0,227	-	-	-
PIPC4	1,7	1,060	0,262	-	-	-
PIPe1	-	-	-	1,2	0,928	0,257
PIPe4	-	-	-	1,9	1,649	0,255

PNI: distribuição *a priori* não informativa.

de convergência. Por meio do teste de Heidelberg e Welch, constatou-se que os valores p foram não significativos, isto é, $p > 0,05$, indicando a estacionariedade das cadeias *a posteriori*.

Uma vez identificado que não há evidências de ausência de convergência das cadeias *a posteriori*, foram calculados, para ambas as localidades, os níveis de retorno predito para os tempos de retorno de 10, 20, 30 e 40 anos, considerando todas as distribuições *a priori*, e, com base nos valores obtidos, foram calculados o DIC, NAP, EAMP e AIM, cujos resultados estão na Tabela 5.

Analisando-se os resultados da Tabela 5, pode-se observar que, entre as distribuições *a priori* que apresentaram menor valor de DIC, entre os quais a diferença de DIC não foi maior que 5, as distribuições *a priori* informativas (PIPC1, PIT1 e PISJ1) para Teresópolis e as distribuições *a priori* informativas (PISJ4, PIT4 e PIPE4) para Poços de Caldas exibiram maior NAP, com quatro acertos, porém *a priori* PIPC1 para Teresópolis e *a priori* PISJ4 para Poços de Caldas apresentaram menor AIM, sendo assim as mais precisas.

Ressalta-se também que todas as distribuições *a priori* informativas apresentaram menor EAMP e maior NAP do que as não informativas, na análise da série de Petrópolis e Poços de Caldas, respectivamente. Esses resultados corroboram os obtidos por Coles e Powell (1996) e Martins *et al.* (2018), que, ao utilizarem a metodologia bayesiana, observaram que o fato de adotar distribuições *a priori* informativas permitiu obter estimativas de precipitações máximas, para certos períodos de retorno, com maior número de acertos na predição e maior precisão. Conforme Eli *et al.* (2014), a inclusão das informações *a priori* permite reduzir a quantidade de incerteza na modelagem de extremos.

Mediante a obtenção do modelo mais adequado, foi predita a precipitação máxima via inferência bayesiana para os tempos de retorno de dois, cinco, 10, 25, 50, 100, 125, 150 e 200 anos, via inferência bayesiana, para Petrópolis e Poços de Caldas, utilizando-se PIPC1 e PISJ4, respectivamente, estando os resultados na Tabela 6.

Uma interpretação prática para os níveis de retorno de precipitação máxima de Petrópolis, considerando os resultados da Tabela 6 e o tempo de retorno de 50 anos, é a seguinte: espera-se, em um tempo médio de 50 anos, que ocorra

pelo menos um dia com precipitação máxima no ano maior ou igual a 182,5 mm. Além disso, espera-se com 95% de credibilidade que ocorra precipitação máxima maior ou igual a um valor que esteja entre 152,3 e 218,9. Esse resultado corrobora os obtidos por Ottero, Chargel e Hora (2018), que utilizaram a distribuição Gumbel (caso particular da GEV) para prever a precipitação máxima da estação meteorológica Itamarati, em Petrópolis, para tempos de retorno de 50 e 100 anos e obtiveram, respectivamente, precipitações de 185,6 e 203,4 mm, valores contidos nos respectivos intervalos HPD_{95%} obtidos.

Tabela 6 – Estimativas (médias a posteriori) da precipitação máxima anual (mm) de Poços de Caldas (MG) e Petrópolis (RJ) obtidas via PIPC1 e PISJ4, respectivamente, para os tempos de retorno de dois, cinco, 10, 25, 50, 100, 125, 150 e 200 anos e seus respectivos intervalos de credibilidade HPD_{95%}.

Cidade	Priori	Tempo de retorno	Estimativa	Intervalo HPD _{95%}	
				LI	LS
Petrópolis	PIPC1	2	76,8	73,3	80,7
		5	104,6	97,4	112,6
		10	125,9	113,3	138,4
		25	156,5	135,6	180,3
		50	182,5	152,3	218,9
		100	211,5	169,9	265,7
		125	221,5	174,9	281,8
		150	229,9	178,8	295,5
		200	243,8	185,3	319,2
Poços de Caldas	PISJ4	2	75,3	70,1	80,6
		5	100,2	91,34	109,1
		10	116,2	103,7	129,9
		25	136,0	116,6	158,1
		50	150,4	126,2	181,8
		100	164,6	132,9	204,8
		125	169,1	134,2	211,9
		150	172,7	135,5	218,0
		200	178,5	138,0	228,3

HPD: highest posterior density; LI: limite inferior do intervalo; LS: limite superior do intervalo.

Tabela 5 – Resultados do critério de informação pela desviância, erro absoluto médio percentual, número de acertos na predição e amplitude intervalar média das precipitações máximas anuais preditas para os tempos de retorno de 10, 20, 30 e 40 anos, para a cidade de Petrópolis (RJ) e Poços de Caldas (MG), via inferência bayesiana, fundamentada nos dados de Campos do Jordão (SP), Juiz de Fora (MG), São João da Boa Vista (SP), Petrópolis (RJ), Poços de Caldas (MG) e Teresópolis (RJ).

Petrópolis					Poços de Caldas				
Priori	DIC	NAP	AIM_(mm)	EAMP	Priori	DIC	NAP	AIM_(mm)	EAMP
PIPC1	357,5	4	61,7	9,7	PISJ4	233,5	4	56,3	13,1
PIT1	362,0	4	79,9	7,9	PIT4	233,3	4	56,5	13,1
PISJ1	360,5	4	93,5	7,7	PIPE4	233,3	4	58,7	13,3
PIJF1	358,4	3	56,7	12,1	PIJF4	233,5	3	50,6	13,3
PNI	357,7	3	57,7	16,6	PICJ4	234,6	3	52,2	12,4
PIJF4	358,4	3	59,5	14,6	PNI	231,5	2	25,7	16,3
PIT4	358,2	3	65,8	14,0	PIJF1	237,6	4	63,2	11,3
PIPC4	357,2	3	66,1	13,4	PIPE1	238,3	4	98,8	15,7
PICJ4	359,1	3	69,6	14,1	PICJ1	243,9	4	99,2	11,6
PISJ4	357,7	3	70,6	13,4	PISJ1	239,8	4	107,5	19,1
PICJ1	365,3	4	91,4	7,3	PIT1	239,9	4	108,1	18,9

DIC: critério de informação pela desviância; EAMP: erro absoluto médio percentual; NAP: número de acertos na predição; AIM: amplitude intervalar média; PNI: distribuição *a priori* não informativa.

Medeiros e Barros (2011) analisaram a precipitação máxima para a região serrana do Rio de Janeiro e previram os níveis de retorno de máximas anuais para 10, 50 e 100 anos com o recurso da distribuição Gumbel e obtiveram 122, 157 e 171 mm, ratificando assim os resultados da Tabela 6.

Oliveira et al. (2014) analisaram a aplicabilidade da distribuição GEV no estudo de precipitação máxima no sul de Minas Gerais e verificaram, utilizando o método dos momentos L para estimação dos parâmetros da GEV, que, para o tempo de retorno de 50 anos, se espera precipitação máxima diária anual de 167 mm na cidade de Poços de Caldas, valor este que pertence à estimativa intervalar HPD_{95%} de ambos os períodos para o mesmo tempo de retorno do presente trabalho.

CONCLUSÕES

Neste trabalho, utilizou-se a abordagem bayesiana, comparando diferentes distribuições *a priori* (informativas e não informativas), para ajustar a distribuição GEV e prever a ocorrência de precipitações máximas esperadas para as cidades de Petrópolis e Poços de Caldas.

A distribuição GEV ajustou-se às séries de dados de precipitação máxima anual de Petrópolis e Poços de Caldas e mostrou-se eficaz para previsões de precipitação máxima nas localidades. As séries de precipitações máximas anuais de Petrópolis e Poços de Caldas não apresentam tendência.

A incorporação de informações *a priori*, via metodologia bayesiana, permitiu aumentar o número de acertos e a precisão na previsão da precipitação

máxima anual de Petrópolis e Poços de Caldas. A distribuição *a priori* informativa, fundamentada nos dados de Poços de Caldas e São João da Boa Vista, foram as mais adequadas para prever as precipitações máximas para Petrópolis e Poços de Caldas, respectivamente.

Para ambas as localidades, espera-se que, em um tempo médio de cinco anos, ocorra pelo menos um dia com precipitação máxima igual ou superior a 100 mm.

As estimativas de precipitação máxima apresentaram certa sensibilidade à escolha do local usado para a formulação das *priori* informativas, destacando-se a necessidade de se adotar alguma métrica para avaliar o efeito da informação *a priori* na previsão de precipitação máxima.

Os resultados obtidos no presente trabalho podem ser utilizados por gestores e demais profissionais de diferentes setores para o planejamento de atividades sujeitas aos efeitos adversos da precipitação extrema em Petrópolis e Poços de Caldas.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

Silva, S.V.C.: Investigação, Curadoria de Dados, Metodologia, Escrita — Primeira Redação. Ferreira, T.R.: Investigação, Curadoria de Dados, Metodologia, Escrita — Primeira Redação, Escrita — Revisão e Edição. Avelar, F.G.: Análise Formal, Investigação, Software, Escrita — Revisão e Edição. Liska, G.R.: Conceituação, Análise Formal, Supervisão, Metodologia, Validação. Muniz, J.A.: Conceituação, Análise Formal, Supervisão, Metodologia, Validação. Beijo, L.A.: Obtenção de Financiamento, Administração do Projeto, Conceituação, Supervisão, Metodologia, Escrita — Revisão e Edição.

REFERÊNCIAS

- BASSO, R.E.; ALLASIA, D.G.; TASSI, R.; PICKBRENNER, K. Revisão das isozonas de chuvas intensas do Brasil. *Engenharia Sanitária e Ambiental*, v. 21, n. 4, p. 635-641, 2016. <https://doi.org/10.1590/S1413-41522016133691>
- BAUTISTA, E.A.L.; ZOCCHI, S.S.; ANGELOCCI, L.R. A distribuição generalizada de valores extremos aplicada ao ajuste dos dados de velocidade máxima do vento em Piracicaba, São Paulo, Brasil. *Revista Matemática e Estatística*, v. 22, n. 1, p. 96-111, 2004.
- BEIJO, L.A.; VIVANCO, M.J.F.; MUNIZ, J.A. Análise bayesiana no estudo do tempo de retorno das precipitações pluviais máximas em Jaboticabal (SP). *Ciência e Agrotecnologia*, v. 33, n. 1, p. 261-270, 2009. <https://doi.org/10.1590/S1413-70542009000100036>
- BRANCO, K.P.; OLIVEIRA, A.C.; BEIJO, L.A. Predição da precipitação máxima de Manhuaçu-MG via abordagem bayesiana. *Pensar Acadêmico*, v. 20, n. 2, p. 452-469, 2022.
- BUTTURI-GOMES, D.; BEIJO, L.A.; AVELAR, F.G. On modeling the maximum duration of dry spells: a simulation study under a Bayesian approach. *Theoretical and Applied Climatology*, v. 137, n. 1-2, p. 1337-1346, 2019. <https://doi.org/10.1007/s00704-018-2684-1>
- CARDOZO, A.R.E.; VALÉRIO FILHO, M. Análise das Implicações do Conceito de Estâncias Climáticas para os Municípios de São José dos Campos e Campos do Jordão - SP. *Geografia*, v. 30, n. 1, p. 305-322, 2021.
- COLES, S.G.; DIXON, J. Likelihood-based inference for extreme value models. *Extremes*, v. 2, n. 1, p. 5-23, 1999. <https://doi.org/10.1023/A:1009905222644>
- COLES, S.G.; PERICCHI, L.R. Anticipating catastrophes through extreme value modelling. *Applied Statistics*, v. 52, n. 3, p. 405-416, 2003. <https://doi.org/10.1111/1467-9876.00413>
- COLES, S.G.; POWELL, E.A. Bayesian methods in extreme value modelling: a review and new developments. *International Statistical Review*, v. 64, n. 1, p. 119-136, 1996. <https://doi.org/10.2307/1403426>
- COLES, S.G.; TAWN, J.A. A Bayesian analysis of extreme rainfall data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, v. 45, n. 4, p. 463-478, 1996. <https://doi.org/10.2307/2986068>
- ELI, A.; ZIN, W.Z.W.; IBRAHIM, K.; JEMAIN, A.A. Bayesian extreme rainfall analysis using informative prior: A case study of Alor Setar. *AIP Conference Proceedings*, v. 1614, n. 1, p. 913-917, 2014. <https://doi.org/10.1063/1.4895323>
- GAMERMAN, D. *Simulação estocástica via cadeias de Markov*. São Paulo: Associação 65 Brasileira de Estatística, 1996. 196 p.
- GEWEKE, J. *Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments*. 4. ed. Nova York: Oxford University Press, 1992.
- GILLELAND, E.; KATZ, R.W. *extRemes: extreme value analysis*. R package version 2.0-7. 2015.
- GUERRA, A.J.T.; GONÇALVES, L.F.H.; LOPES, P.B.M. Evolução histórico-geográfica da ocupação desordenada e movimentos de massa no município de Petrópolis, nas últimas décadas. *Revista Brasileira de Geomorfologia*, v. 8, n. 1, p. 35-43, 2007. <https://doi.org/10.20502/rbg.v8i1.84>

- HEIDELBERGER, P.; WELCH, P.D. Simulation run length control in the presence of an initial transient. *Operations Research*, v. 31, n. 6, p. 1109-1144, 1983. <https://doi.org/10.1287/opre.31.6.1109>
- JENKINSON, A.F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, v. 81, n. 348, p. 158-171, 1955. <https://doi.org/10.1002/qj.49708134804>
- KENDALL, M.G. *Rank correlation measures*. 15. ed. Londres: Charles Griffin Book Series, 1975. 202 p.
- LARA, D.M.; WIEDERKEHR, F. Desastres naturais e resiliência. *Revista Brasileira de Meio Ambiente & Sustentabilidade*, v. 2, n. 2, p. 1-4, 2022.
- LIMA, C.A.V.; MEDEIROS, G.A. Diagnóstico da qualidade da água do rio Jaguari-Mirim no município de São João da Boa Vista - SP. *Engenharia Ambiental*, v. 5, n. 2, p. 125-138, 2008.
- LJUNG, G.M.; BOX, G.E.P. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, v. 65, n. 2, p. 297-303, 1978. <https://doi.org/10.2307/2335207>
- MANN, H.B. Nonparametric tests against trend. *Econometrica*, v. 13, n. 3, p. 245-259, 1945. <https://doi.org/10.2307/1907187>
- MARTINS, T.B.; ALMEIDA, G.C.; AVELAR, F.G.; BEIJO, L.A. Predição da precipitação máxima no município de Silvanópolis-MG: Abordagens clássica e bayesiana. *Irriga*, v. 23, n. 3, p. 467-479, 2018. <https://doi.org/10.15809/irriga.2018v23n3p467-479>
- MAZZARELLA, D.S.; WANDERLEY, H.S.; OLIVEIRA JÚNIOR, J.F.; GOIS, G.; LYRA, G.B. Métodos baseados em temperatura do ar para estimativa de radiação solar incidente diária no Estado do Rio de Janeiro. *Revista Brasileira de Geografia Física*, v. 12, n. 6, p. 2325-2338, 2019. <https://doi.org/10.26848/rbgfv12.6.p2325-2338>
- MEDEIROS, V.S.; BARROS, M.T.L. Análise de eventos críticos de precipitação ocorridos no Rio de Janeiro nos dias 11 e 12 de Janeiro de 2011. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 19., 2011. *Anais..* Maceió: Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 2011. p. 1-19.
- MENDES, B.V.M. *Introdução à análise de eventos extremos*. Rio de Janeiro: E-papers, 2004. 232 p.
- NOGUEIRA, D.A.; SAFADI, T.; FERREIRA, D.F. Avaliação de critérios de convergência univariados para o método de Monte Carlo via cadeias de Markov. *Revista Brasileira de Estatística*, v. 65, n. 224, p. 59-88, 2004.
- OLIVEIRA, A.S.; MELLO, C.R.; FRANCO, C.S.; MARQUES, R.F.P.V.; SILVA, A.M. Aplicabilidade da distribuição GEV ao estudo da precipitação máxima diária anual na região sul de Minas Gerais. *Revista Agrogeoambiental*, v. 6, n. 1, p. 31-44, 2014. <https://doi.org/10.18406/2316-1817v6n12014523>
- OTTERO, C.R.; CHARGEL, L.T.; HORA, M.A.G.M. Análise de frequência dos dados pluviométricos observados em 2011 e 2013 na região serrana, estado do Rio de Janeiro. *Revista Brasileira de Meteorologia*, v. 33, n. 1, p. 131-139, 2018. <https://doi.org/10.1590/0102-7786331007>
- PENEREIRO, J.C.; MESCHIATTI, M.C. Tendências em séries anuais de precipitação e temperaturas no Brasil. *Engenharia Sanitária e Ambiental*, v. 23, n. 2, p. 319-331, 2018. <https://doi.org/10.1590/S1413-41522018168763>
- PETRUCCI, E.; OLIVEIRA, L.A. Relações entre intensidade, duração e frequência das precipitações máximas de 24 horas e equação de chuvas intensas para a cidade de Uberlândia-MG. *Revista Brasileira de Climatologia*, v. 25, p. 337-354, 2019. <https://doi.org/10.5380/abclimav25i0.57767>
- PINHEIRO, H.; ANDRADE, K.; MOURA, C. A maior catástrofe climática do Brasil sob a visão operacional do CPTEC/INPE. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE CLIMATOLOGIA, 4., 2011, João Pessoa. *Mudanças climáticas e seus impactos nas áreas urbanas: anais*. João Pessoa: SBMET, 2011.
- PLUMMER, M.; BEST, N.; COWLES, K.; VINES, K.; SARKAR, D.; BATES, D.; ALMOND, R.; MAGNUSSON, A. *CODA: output Analysis and Diagnostics for MCMC*. R package version 0.18-1. 2015.
- RAFTERY, A.E.; LEWIS, S.M. Comment: One long run with diagnostics: implementation strategies for Markov chain Monte Carlo. *Statistical Science*, v. 7, n. 4, p. 493-497, 1992. <https://doi.org/10.1214/ss/1177011143>
- R CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2021. Disponível em: www.R-project.org. Acesso em: 15 abr. 2021.
- REBOITA, M.S.; MARIETTO, D.M.G.; SOUZA, A.; BARBOSA, M. Caracterização atmosférica quando da ocorrência de eventos extremos de chuva na região sul de Minas Gerais. *Revista Brasileira de Climatologia*, v. 21, p. 20-36, 2017.
- ROLIM, G.S.; CAMARGO, M.B.P.; LANIA, D.G.; MORAES, J.F.L. Classificação climática de Köppen e de Thornthwaite e sua aplicabilidade na determinação de zonas agroclimáticas para o estado de São Paulo. *Bragantia*, v. 66, n. 4, p. 711-720, 2007. <https://doi.org/10.1590/S0006-87052007000400022>
- SARDINHA, D.S.; PENA, Y.T.L.; TIEZZY, R.O.; ALMEIDA, M.C.J. Base de dados de desastres naturais no município de Poços de Caldas/MG: ferramenta para o planejamento e a gestão territorial. *Revista Brasileira de Gestão Urbana*, v. 8, n. 3, p. 318-331, 2016. <https://doi.org/10.1590/2175-3369.008.003.A003>
- SILVEIRA, D.S. *Levantamento florístico da área de proteção ambiental do Mackenzie em Campos do Jordão, São Paulo*. São Paulo: UPM, 2012. 32 p.
- SMITH, R.L. Maximum likelihood estimation in a class of non regular cases. *Biometrika*, v. 72, n. 1, p. 67-90, 1985. <https://doi.org/10.2307/2336336>
- SPIEGELHALTER, D.J.; BEST, N.G.; CARLIN, B.P.; LINDE, A.V.D. Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (statistical methodology)*, v. 64, n. 4, p. 583-639, 2002. <https://doi.org/10.1111/1467-9868.00353>
- SPIEGELHALTER, D.J.; THOMAS, A.; BEST, N. *User manual WinBUGS: version 1.4*. Cambridge: MRC Biostatistics Unit, 2003.
- STEPHENSON, A.; RIBATET, M. *evdbayes: bayesian analysis in extreme value theory*. R package version 1.0-6. 2006.
- TAVARES, C.M.G.; FERREIRA, C.C.M. A relação entre a orografia e os eventos extremos de precipitação para o município de Petrópolis-RJ. *Revista Brasileira de Climatologia*, v. 26, p. 752-783, 2020. <https://doi.org/10.5380/abclimav26i0.71123>
- TORRES, F.T.P.; RIBEIRO, G.A.; MARTINS, S.V.; LIMA, G.S. Influência do relevo nos incêndios em vegetação em Juiz de Fora (MG). *GEOgraphia*, v. 18, n. 36, p. 170-182, 2016. <https://doi.org/10.22409/GEOgraphia2016v18i36.a13748>

