

# Regras operativas ótimas do Sistema Cantareira para um período crítico de vazões

*Optimal operation of the Cantareira System for a critical inflow period*

Camila Billerbeck<sup>1\*</sup> , Arisvaldo Vieira Mello Junior<sup>1</sup> 

## RESUMO

O Sistema Cantareira (SC), um dos maiores sistemas produtores de água do Brasil, enfrentou um período de forte seca entre os anos de 2013 e 2014, o que comprometeu não só o atendimento a 9 milhões de pessoas na Região Metropolitana de São Paulo (RMSP) como também as bacias a jusante. Este estudo tem o objetivo de propor modelos de programação dinâmica (PD) para operação ótima do SC, considerando o período crítico de 2011 a 2015. Nesse contexto, foram formulados um modelo de otimização livre e um modelo de otimização baseado em uma regra de operação por faixas. Ambos os modelos apresentaram desempenho superior à operação realizada quanto ao volume armazenado e quanto ao atendimento às demandas. O modelo de otimização livre apresentou fornecimento médio de 29,40 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> para RMSP e de 9,30 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> e de 18,70 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> para as bacias a jusante, representadas pelos pontos de controle Jb e Jv, respectivamente. A regra de operação por faixas forneceu vazões médias de 28,50 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> para a RMSP, de 9,40 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> para Jb e de 19,30 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> para Jv.

**Palavras-chave:** otimização; sistemas de reservatórios; programação dinâmica; CSUDP.

## ABSTRACT

The Cantareira System (CS), one of Brazil's biggest water producing systems, went through a period of severe drought from 2013 to 2014, compromising not only the 9 million people in the Metropolitan Region of São Paulo (MRSP), but also the downstream basins. This paper aims to propose Dynamic Programming (DP) models for optimal operation of the CS, considering the critical period from 2011 to 2015. In this context, an unconstrained operation optimization model and a rule-based operation optimization model were formulated. Both optimized models presented superior performance when compared to the real operation regarding final storage volumes and guaranteeing the attendance of water demand. The unconstrained operation optimization model provided average supply of 29,40 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> for MRSP, and of 9,30 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> and 18,70 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> for the downstream basins represented by control points, Jb and Jv respectively. The rule-based operation model provided average supply of 28,50 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> to MRSP, of 9,40 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> to Jb, and of 19,30 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> to Jv.

**Keywords:** optimization; reservoir systems; dynamic programming; CSUDP.

## INTRODUÇÃO

Os reservatórios são elementos muito importantes em sistemas de recursos hídricos devido aos seus usos múltiplos e não raro conflitantes, como controle de cheias, armazenamento e distribuição de água, navegação, irrigação, geração de energia e outros (SIMONOVIC, 1992). A operação otimizada de reservatórios apresenta grandes desafios técnicos, porém torna-se necessária para a melhoria do aproveitamento de recursos existentes, dado que a construção de novos sistemas hídricos de grande escala é, muitas vezes, inviável, devido a crescentes pressões ambientais e políticas, além dos altos custos envolvidos (LABADIE, 2004).

Durante os anos de 2013 e 2014, o Sistema Cantareira (SC), um dos maiores sistemas produtores de água do Brasil, esgotou o seu volume útil e passou a utilizar o volume morto devido à seca prolongada, comprometendo o abastecimento de água para cerca de 9 milhões de pessoas

na Região Metropolitana de São Paulo (RMSP) durante 17 meses e trazendo dificuldades para 3 milhões de pessoas que dependem da água do sistema na bacia do Rio Piracicaba. Segundo a Agência Nacional de Águas (ANA, 2014), as causas da crise hídrica enfrentada pelos sistemas brasileiros nesse período não estão limitadas às menores taxas pluviométricas, pois tanto fatores operacionais quanto de gestão podem contribuir para agravar ou atenuar os impactos das condições externas. Situações como essa refletem a necessidade de se definirem regras operacionais mais eficientes para lidar com problemas dessa natureza.

Em 2015, foram reiniciadas reuniões para renovação da outorga do SC com a proposta de reavaliar a operação existente dos reservatórios que o compõe. Nesse contexto, o presente estudo tem o objetivo de utilizar um modelo de programação dinâmica (PD) para subsidiar a análise de um sistema complexo, como o SC, com a finalidade de

<sup>1</sup>Universidade de São Paulo - São Paulo (SP), Brasil.

\*Autor correspondente: camila.billerbeck@usp.br

Recebido: 24/11/2016 - Aceito: 14/08/2017 - Reg. ABES: 172373

obter uma regra operativa otimizada cuja eficiência será comparada com a operação real entre os anos de 2011 e 2015.

Mais especificamente, este trabalho propõe o estudo da operação otimizada do reservatório equivalente (RE) do SC, por meio de PD determinística e discreta com o auxílio do *software* CSUDP, para avaliar a operação do sistema em termos de atendimento à demanda da RMSP e de vazões nos pontos de controle na bacia dos rios Piracicaba, Capivari e Jundiá (PCJ) durante o período de janeiro de 2011 a dezembro de 2015, que contém o biênio crítico 2013–2014. Com base nos resultados obtidos, procurou-se:

- comparar a operação otimizada obtida com a operação realizada no mesmo período;
- obter uma política de operação por meio de curvas de permanência dos resultados otimizados;
- analisar a garantia de atendimento às demandas tendo em vista o biênio crítico (2013–2014) a partir das operações otimizadas.

## MATERIAIS E MÉTODOS

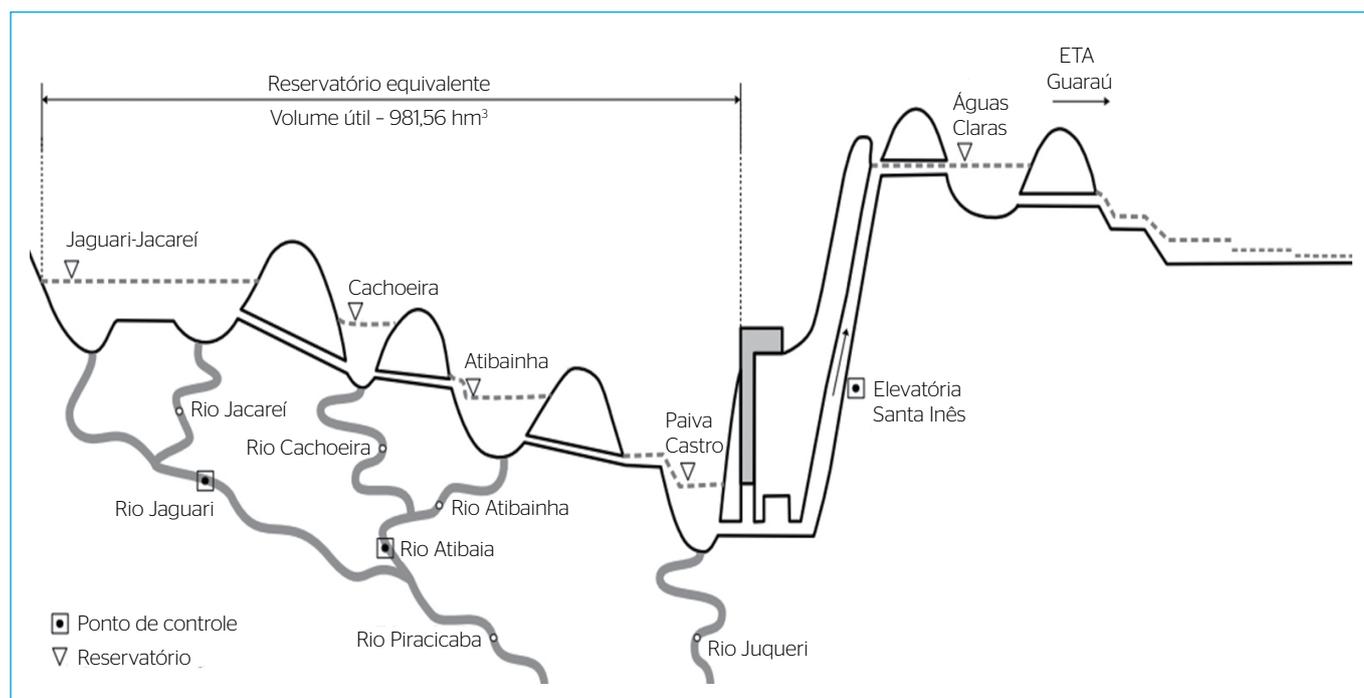
### O Sistema Cantareira

O SC é formado por um conjunto de reservatórios, túneis e canais, cuja principal finalidade é o armazenamento de água para o abastecimento público da RMSP e em cidades nas bacias hidrográficas dos rios PCJ (ANA, 2014).

O sistema é composto de seis reservatórios: Jaguari, Jacareí, Cachoeira, Atibainha, Paiva Castro e Águas Claras, sendo dois deles de dominialidade federal (Jaguari e Cachoeira) e os demais de dominialidade estadual. Os quatro primeiros funcionam em conjunto e desviam água de alguns rios na bacia hidrográfica do Rio Piracicaba para o reservatório de Paiva Castro, localizado na bacia hidrográfica do Rio Juqueri. Em seguida, as águas são bombeadas para o reservatório de Águas Claras, de onde são conduzidas para tratamento na estação de tratamento de água (ETA) Guaraú, uma das maiores estações da América Latina (ANA, 2014). A Figura 1 apresenta o perfil do SC e os reservatórios considerados como RE: Jaguari, Jacareí, Atibainha e Paiva Castro.

Nos meses chuvosos, de outubro a fevereiro, normalmente ocorre acúmulo de água, garantindo bons volumes para as demandas múltiplas ao longo dos meses seguintes. Entretanto, no biênio 2013–2014, as vazões afluentes médias mensais observadas estiveram abaixo da média durante todo o período, especialmente no ano de 2014, quando foi registrada a menor vazão afluente média mensal do sistema em 85 anos, equivalente à metade da vazão média mais crítica registrada anteriormente, em 1953 (SABESP, 2015).

A Figura 2 mostra as vazões naturais médias mensais do SC entre os anos de 1930 e 2010 e entre os anos de 2011 e 2015. A vazão média de longo termo (MLT) entre os anos de 1930 e 2010 foi de  $44,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e no período entre os anos de 2011 e 2015 foi de  $28,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , o que evidencia o impacto do biênio crítico (2013–2014).



**Figura 1** - Esquema do Sistema Cantareira com os reservatórios, a indicação do volume equivalente, a retirada para a Região Metropolitana de São Paulo e os pontos de controle.

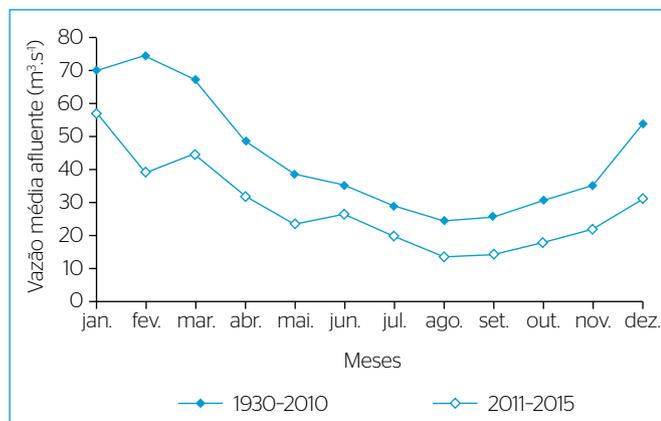
## Operação do Sistema Cantareira

A operação do SC foi concedida à SABESP em 1974 e renovada em 2004 com prazo de dez anos (DAEE, 2004). A resolução estabeleceu que o SC fosse operado de forma integrada ao RE, sendo as vazões limite de retirada definidas mensalmente e de modo que se garanta uma reserva estratégica de água no fim de cada período hidrológico seco, a partir de curvas de aversão a risco (CAR). A operação do sistema até 2014 tinha como referência o biênio 1953–1954 para períodos secos e a interpretação das vazões de retirada seria feita mensalmente, considerando-se o estado do RE no momento. A vazão de retirada era, então, parcelada entre o comitê PCJ e a SABESP para atendimento das bacias a jusante do sistema e da RMSP, respectivamente.

Esse modelo de operação esteve em vigor de 2004 a fevereiro de 2014, quando a liberação das vazões do sistema passou a ser feita por meio de gestão conjunta da Agência Nacional de Águas (ANA) com o Departamento de Águas e Energia Elétrica (DAEE) e foi baseada em condições especiais estabelecidas por meio da resolução ANA/DAEE nº 335, de março de 2014 (ANA & DAEE, 2014a). Com o agravamento da estiagem, foram publicadas novas resoluções conjuntas, em especial, a resolução ANA/DAEE nº 1.672, de novembro de 2014, autorizando a utilização das reservas técnicas dos reservatórios Jaguari, Jacaré e Atibainha (ANA & DAEE, 2014b).

Adicionalmente, foram colocadas em prática estratégias de gerenciamento da situação a fim de minimizar o impacto de atendimento na RMSP, tais como rodízios, plano para redução de vazões, gestão de consumo dos clientes, transferência de água tratada de outros sistemas produtores, intensificação do programa de combate às perdas, utilização de reservas técnicas e diversas ações institucionais e de conscientização de consumo (SABESP, 2015).

A outorga de operação do sistema, que teria fim em 2014, foi prorrogada até outubro de 2015, e, atualmente, estão em pauta estudos de estratégias operativas como parte do processo de renovação prevista



**Figura 2** – Vazões naturais médias mensais do Sistema Cantareira entre 1930 e 2010 e entre 2011 e 2015.

para 2017. A operação atual é feita por meio de comunicados conjuntos mensais da ANA e do DAEE (ANA & DAEE, 2016).

Além do abastecimento da RMSP, a operação do sistema influencia diretamente as bacias atendidas dos rios Piracicaba e Juqueri, localizadas a jusante. Dessa forma, a renovação da outorga prevê três pontos de controle para verificação das vazões liberadas pela operação do sistema, a saber: no rio Jaguari, medido em Buenópolis, e no rio Atibaia, medido em Valinhos, ambos para controle das bacias do PCJ; e na estação elevatória de Santa Inês, para controle da SABESP.

A formulação do modelo para a operação do SC incorpora os três pontos de controle mencionados como variáveis de decisão. De acordo com o DAEE (2004), deve ser mantida uma vazão defluente mínima de  $1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  a jusante da barragem de Paiva Castro. Como hipótese, essa vazão não constituiu variável de decisão do modelo. Portanto, para garantir a condição a jusante, a vazão mínima foi subtraída diretamente das aflúências ao RE.

### O método de otimização por programação dinâmica

Desde sua formalização, atribuída a Bellman (1957), a PD é uma das técnicas de pesquisa operacional que tem sido amplamente aplicada para análise de sistemas em recursos hídricos (SIMONOVIC, 1992), por ser ideal para resolver problemas decisórios sequenciais em estágios e por permitir que características de não linearidade sejam incorporadas à modelagem (YEH, 1985). Autores como Yeh (1985), Yakowitz (1982) e Labadie (2004) apresentam importantes aplicações da PD a sistemas para operação de reservatórios. Nandalal e Bogardi (2007) relatam diversas aplicações de PD a operações de reservatórios, evidenciando suas características e flexibilidade no tratamento de problemas dessa natureza.

Uma das características interessantes da PD é que, na busca pelas decisões ótimas, a cada estágio são geradas informações complementares úteis para análise do sistema sob outros aspectos (PORTO *et al.*, 2002). Uma das desvantagens da PD é o chamado “mal da dimensionalidade”, que surge em sistemas com múltiplas variáveis de estado (LABADIE, 2014).

Algumas técnicas são comumente utilizadas para lidar com a multidimensionalidade em sistemas complexos, como a discretização das variáveis de estado que dá origem a PD discreta, cuja abordagem gera resultados suficientemente satisfatórios para análises práticas (LOUCKS *et al.*, 2005). Outros recursos possíveis para a abordagem desses problemas são a PD incremental (IDP) e a PD por aproximações sucessivas (DPSA) (YEH, 1985). Essas técnicas requerem que a função de transformação de estado esteja escrita na forma invertida (LABADIE, 2004).

Conceitualmente descrita por Larson (1968), a IDP é um processo iterativo que se inicia com uma trajetória de solução definida pelo usuário, o que gera o valor inicial para a função objetivo. Em seguida, a função recursiva examina as soluções correspondentes aos valores

vizinhos (acima e abaixo) das variáveis de estado. Caso algum dos valores vizinhos produza melhores resultados para a função objetivo, esse valor assume a posição na nova trajetória assumida a cada iteração. O processo é sensível aos valores incrementais assumidos para as iterações (YEH, 1985).

O processo da DPSA baseia-se no conceito de que o problema multidimensional de origem pode ser decomposto em subproblemas unidimensionais de modo que sejam otimizados separadamente (LABADIE, 2004). A combinação da DPSA seguida por IDP possibilita a convergência rápida para a solução ótima local seguida do refinamento e/ou da confirmação do resultado, apresentando-se como uma boa estratégia para o tratamento de problemas multidimensionais (LABADIE, 2014).

A resolução de problemas de otimização envolve muitos cálculos, e uma das principais dificuldades da PD é a modelagem do sistema de otimização em si, o que pode desencorajar sua aplicação. Nesse contexto, o *software* CSUDP, desenvolvido por Labadie (2014) na década de 1990, destaca-se como uma ferramenta de livre acesso com grande potencial para a resolução de problemas pela PD discreta. O programa permite a solução de problemas multidimensionais através da IDP, da DPSA e da combinação dos dois modelos, o que garante melhor convergência do resultado a um valor ótimo.

Para o uso do CSUDP, é necessário que o usuário forneça as funções objetivo e de transformação de estado, além de uma função auxiliar, chamada “*readin*”, que permite a leitura de dados suplementares em um arquivo externo, facilitando a alteração destes sem a necessidade de se alterar o modelo. Essas funções são programadas na linguagem C e compiladas pelo próprio *software*, que gera um arquivo executável específico para o sistema em estudo. A cada estágio, é chamada a função de transformação de estado e a função de leitura de dados externos se houver necessidade, de modo que os resultados ótimos são acumulados e gravados, por meio da função recursiva, para serem utilizados nos cálculos subsequentes à chamada da função objetivo. A função recursiva é preestabelecida pelo *software* e automaticamente adaptada para cada problema (LABADIE, 2014).

*O modelo de otimização e dados de entrada*

O SC foi representado em um único RE considerando os reservatórios Jaguari, Jacareí, Cachoeira, Atibainha e Paiva Castro, totalizando um volume útil de 981,56 hm<sup>3</sup>. O modelo é composto de três variáveis de decisão (j=3), que fornecem as descargas do sistema. Uma variável de estado representa a demanda para a RMSP e as demais representam os pontos de controle de vazão medidos em Buenópolis e Valinhos (Figura 1), que também dispõem de vazões de contribuição intermediárias correspondentes. A Figura 3 mostra o esquema da rede de fluxo do sistema com as vazões afluentes, o RE, os pontos de controle e as variáveis de decisão. A otimização foi feita em 60 estágios, os quais representam os meses de operação do SC entre janeiro de 2011 e dezembro de 2015.

**Função Objetivo**

A função objetivo, fornecida pelas Equações 1 e 2, foi escrita em termos do atendimento às demandas do sistema, penalizando majoritariamente o não atendimento à RMSP (D<sub>i,1</sub>).

$$f_1(RE_i, U_{ij}, RE_{i+1}, Q_{ij}) = \min \left\{ \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^3 K \cdot (U_{i,j} - D_{i,j} \cdot 2,628)^2 \right\} \quad (1)$$

Em que:

T = o limite superior do estágio (mês); e

K = o fator de penalidade, sendo:

$$K = \begin{cases} 100 & p/j = 1 \text{ se } U_{i,1} < D_{i,1} \\ 0 & p/j = 1 \text{ se } U_{i,1} \geq D_{i,1} \\ 1 & p/j = 2, 3 \end{cases} \quad (2)$$

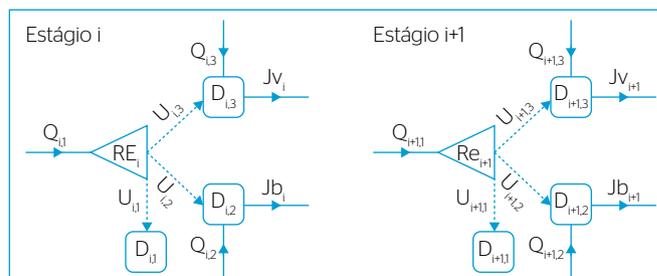
**Função de Transformação de Estado**

A função de transformação de estado em modelos de otimização para operação de reservatórios é o balanço de massa do sistema. As Equações 3, 4 e 5 fornecem as funções de transformação de estado para o sistema multidimensional, escritas na forma regressiva em termos de estado do sistema no mês i+1.

$$U_{i,1} = RE_i - RE_{i-1} + Q_{i,1} \cdot 2,628 - U_{i,2} - U_{i,3} \quad (3)$$

$$Jb_i = Q_{i,2} \cdot 2,628 - U_{i,2} \quad (4)$$

$$Jv_i = Q_{i,3} \cdot 2,628 - U_{i,3} \quad (5)$$



Em que:  
 i = o estágio (mês);  
 j = o indicador da variável de decisão;  
 RE<sub>i</sub> (hm<sup>3</sup>) = volume armazenado no reservatório equivalente do Sistema Cantareira;  
 D<sub>1</sub> (m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>) = demanda da RMSP;  
 D<sub>2</sub> (m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>) = vazão no ponto de controle em Buenópolis, no rio Jaguari;  
 D<sub>3</sub> (m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>) = vazão no ponto de controle em Valinhos, no rio Atibaia;  
 Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub> e Q<sub>3</sub> (m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>) = vazões afluentes mensais ao reservatório equivalente, ao ponto de controle em Buenópolis e ao ponto de controle em Valinhos, respectivamente;  
 U<sub>1</sub>, U<sub>2</sub> e U<sub>3</sub> (hm<sup>3</sup>) = volumes mensais obtidos para RMSP, e para os pontos de controle Buenópolis e Valinhos, respectivamente;  
 J<sub>v</sub> e J<sub>b</sub> (m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>) = vazões vertidas ou de jusante que passam pelos pontos de controle Valinhos e Buenópolis, respectivamente.

**Figura 3 - Rede de fluxo do Sistema Cantareira com o reservatório equivalente.**

**Restrições**

As Equações 6 e 7 descrevem, respectivamente, a restrição de capacidade máxima do RE em função dos meses e as restrições de passagem de vazão nos pontos de controle, e as Equações 8 e 9 indicam as restrições referentes às vazões de descarga.

$$RE_{i,min} \leq RE_i \leq RE_{i,máx} \tag{6}$$

$$D_{ij} \geq D_{ij,min} \quad p/j = (2,3) \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^3 U_{ij} \leq RE_i + Q_{i,1} \tag{8}$$

$$U_{ij,min} \leq U_{ij} \leq U_{ij,máx} \tag{9}$$

**Função Recursiva**

A função recursiva na forma regressiva, conforme preestabelecida pelo *software* CSUDP, é mostrada na Equação 10.

$$F_1 = \min \left\{ \sum_{i=1}^T [f_i (RE_i, U_{ij}, Q_{ij}), F_{i+1} (RE_{i+1})] \right\} \tag{10}$$

Os dados de entrada do modelo são o armazenamento inicial do RE no começo do período, as restrições de capacidade máxima e volume mínimo do RE, as restrições das variáveis de estado  $D_{i,2}$  e  $D_{i,3}$  dos pontos de controle, os limites máximos e mínimos das variáveis de decisão  $U_{i,j}$ , a demanda para a RMSP e as vazões afluentes  $Q_{i,1}$ ,  $Q_{i,2}$  e  $Q_{i,3}$  no período de janeiro de 2011 a dezembro de 2015. Essas informações, mostradas na Figura 4 e Tabela 1, foram coletadas no sistema de suporte a decisões da SABESP.

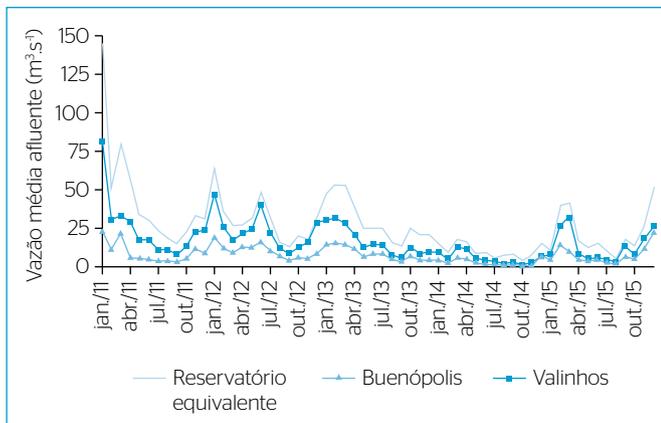
Por meio da interface do *software* CSUDP, é possível fornecer as principais características do problema, como escolha do algoritmo de resolução; escolha do método de aplicação da PD, progressivo ou regressivo; número de estágios; número de variáveis de estado; e número de iterações. Neste estudo, o problema multidimensional com

três variáveis foi resolvido pela combinação dos algoritmos DPSA e IDP com o máximo de mil iterações. Posteriormente, é necessário que o usuário forneça os limites das variáveis de decisão e de estado em cada estágio representados pelas Equações 6, 7 e 9, além dos intervalos de discretização e do “caminho inicial” pelo qual o programa inicia as iterações em problemas multidimensionais. O *software* permite que o caminho inicial seja dado pela média dos limites máximos e mínimos fornecidos para as variáveis, o que fornece resultados coerentes para um estudo prático.

Os dados de entrada adicionais, como as vazões afluentes ao RE e aos pontos de controle, e as respectivas demandas requeridas são fornecidos ao CSUDP através de função especial própria do *software* que permite a leitura de dados em um arquivo externo de texto.

As variáveis de estado são o armazenamento no reservatório equivalente ( $RE_i$ ) e as vazões “armazenadas” ou de passagem nos pontos de controle  $D_{i,2}$  e  $D_{i,3}$ . Para os limites das restrições da Equação 6, foi considerada a utilização total do volume útil do sistema como limite mínimo durante todos os estágios, e para limites máximos, foram consideradas as variações devido ao controle de cheias entre os meses chuvosos (outubro a abril), nos quais 4% do volume útil é reservado para controle de cheias. Para as variáveis referentes aos pontos de controle (Equação 7), os limites mínimos correspondem às demandas mínimas conforme a Tabela 1, e para os limites máximos, foram consideradas três vezes as respectivas vazões requeridas, suficientemente grandes para não limitarem o vertimento, caso exista.

Para as variáveis de decisão na Equação 9, os limites foram considerados constantes ao longo do tempo, cujos valores mínimos possíveis são as vazões mínimas requeridas para jusante do sistema nos pontos de controle e zero para a RMSP. Para os valores máximos permitidos, considerou-se a demanda total para RMSP ( $U_{i,1}$ ) e cerca de três vezes as vazões médias requeridas nas demais variáveis de decisão.



**Figura 4 - Vazões médias mensais afluentes de janeiro de 2011 a dezembro de 2015.**

**Tabela 1 - Volumes do reservatório equivalente e limites das restrições adotadas no modelo.**

Volume do RE (hm³)	Inicial	Mín.	Máx.
Volume útil – meses secos		0	981,56
Volume útil – meses chuvosos		0	942,30
Estado inicial (jan. 2011)	911,53		
Demandas (m³.s⁻¹)	Requerida	Mín.	Máx.
RMSP ( $D_{i,1}$ )	33,00		
Buenópolis ( $D_{i,2}$ )	2,50	0,25	15,00
Valinhos ( $D_{i,3}$ )	16,00	0,35	48,00
Variáveis de decisão (m³.s⁻¹)		Mín.	Máx.
$U_{i,1}$		0	33,00
$U_{i,2}$		0,25	15,00
$U_{i,3}$		0,35	48,00

RE: reservatório equivalente; RMSP: Região Metropolitana de São Paulo.

Como resultados, o CSUDP gera os estados finais de armazenamento do RE em cada estágio e os volumes mensais ( $U_{ij}$ ) para as demandas. A partir das descargas, pode-se verificar se houve ou não vertimento do sistema, o que foi observado apenas para o primeiro mês do modelo devido à condição inicial de cheia resultante das intensas chuvas verificadas em 2010.

**Regra operativa do Sistema Cantareira**

Inicialmente, o SC foi otimizado considerando apenas as restrições operacionais limites, conforme o item anterior. Essa condição foi chamada de otimização livre (sem faixas operativas). Os resultados obtidos dos volumes ao fim de cada mês para o RE e das vazões nos pontos de controle foram utilizados para se obterem os pontos das curvas de permanência a fim de se determinarem faixas de operação do sistema e uma regra de vazões liberadas para os pontos de controle em cada faixa. Esse modelo foi chamado de regra de operação por faixas.

A operação por faixas é uma maneira de se estabelecer um controle das retiradas de acordo com o volume armazenado, devendo a retirada diminuir com o esvaziamento do RE. A adoção desses critérios facilita a operação do sistema e o gerenciamento de conflitos pelo uso da água. Além disso, a operação por faixas tem sido uma tendência para o controle do SC desde a primeira outorga. Os dados resultantes da otimização livre foram normalizados segundo a Equação 11.

$$Z_i = \frac{X_i - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \tag{11}$$

Em que

$z$  = o valor normalizado da variável em cada curva de permanência;

$x_i$  = a variável original; e

$x_{\min}$  e  $x_{\max}$  referem-se respectivamente aos menores e maiores valores da série, conforme apresentados na Tabela 2.

A otimização livre representa o melhor desempenho possível do SC no período analisado. As faixas operativas para elaboração da regra foram definidas pela observação da curva de permanência normalizada do volume útil do RE, apresentada na Figura 5, na qual se verificam três patamares bem definidos, inferior a 30%, entre 30 e 80% e superior a

**Tabela 2 - Valores máximos e mínimos obtidos pela otimização livre.**

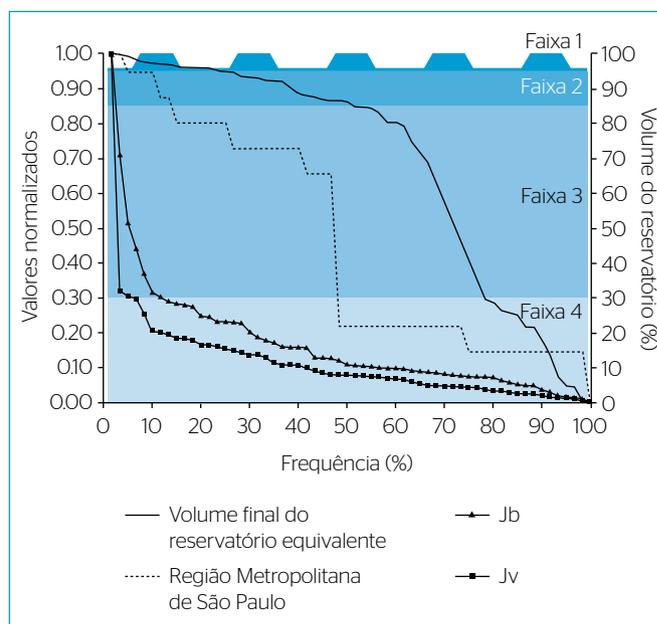
Variável	$X_{\min}$	$X_{\max}$
Volume final (hm <sup>3</sup> )	0	981,00
RMSP (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	26,20	33,00
Jb (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	0,80	50,90
Jv (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	1,30	153,50

RMSP: Região Metropolitana de São Paulo; Jb: ponto de controle em Buenópolis; Jv: ponto de controle em Valinhos.

80%. A análise conjunta das permanências dos volumes normalizados e das demandas normalizadas da RMSP e dos pontos de controle Jb e Jv originou quatro faixas de regras operativas (Tabela 3). Essas faixas foram definidas a fim de preservar o comportamento da otimização livre no modelo da regra de operação por faixas.

A função objetiva da regra de operação por faixas foi adaptada para representar as restrições de vazões liberadas de acordo com cada faixa de operação nos períodos seco (de maio a setembro) e úmido (de outubro a abril). Essas vazões representam hipóteses de demandas cogitadas para atendimento público das bacias atendidas pelo SC.

O resultado da regra de operação por faixas foi comparado à otimização livre por meio da análise das médias mensais de volumes armazenados no RE e das retiradas mensais anuais para as três demandas nos períodos úmido e seco. O comportamento da regra de operação



**Figura 5 - Resultados normalizados da operação otimizada livre e faixas de operação propostas.**

**Tabela 3 - Regra de operação por faixas do reservatório equivalente.**

Faixa de operação	Período	RMSP (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Valinhos (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Buenópolis (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )
95%	Faixa 1 - Seco	33,00	20,00	3,00
	Faixa 1 - Úmido		16,00	2,50
85%	Faixa 2 - Seco	32,00	18,00	3,00
	Faixa 2 - Úmido		14,00	2,50
30%	Faixa 3 - Seco	29,00	18,00	2,50
	Faixa 3 - Úmido		14,00	2,00
0%	Faixa 4 - Seco	28,00	16,00	2,50
	Faixa 4 - Úmido		12,00	2,00

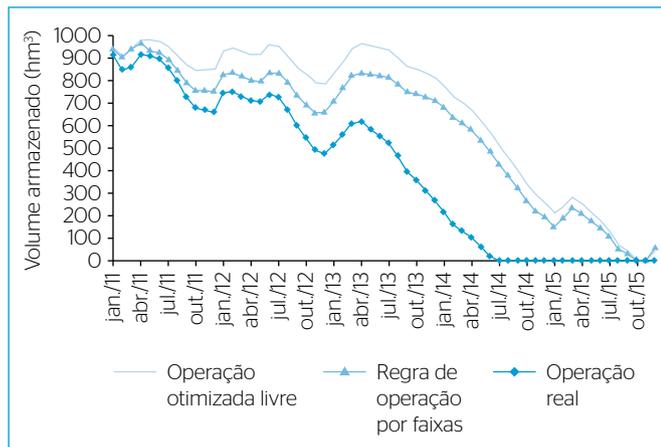
RMSP: Região Metropolitana de São Paulo.

por faixas está inteiramente ligado à combinação de vazões requeridas em cada faixa e aos limites que as determinam.

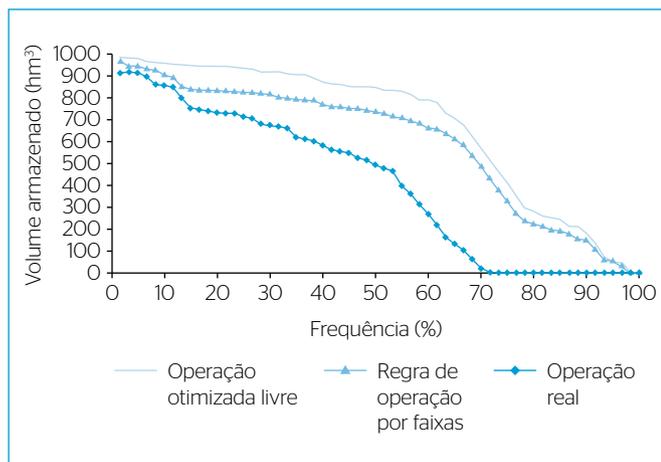
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O *software* CSUDP obteve, em poucos segundos, as soluções ótimas para os modelos, após 512 iterações para o problema de otimização livre e 657 iterações para a regra de operação por faixas. Os resultados gerados pelo *software* são os volumes armazenados no RE ao fim de cada mês e as retiradas ótimas mensais para as variáveis de decisão.

As Figuras 6 e 7 mostram, respectivamente, os resultados dos volumes armazenados no RE do SC no fim de cada mês e as permanências desses valores para os modelos e para a operação realizada. Observa-se que ambos os modelos de otimização mantiveram os volumes armazenados em níveis mais elevados do que a operação realizada nos meses que antecedem o início do período crítico em meados de 2013.



**Figura 6** - Volumes finais mensais do reservatório equivalente obtidos pela otimização livre, pela operação real e pela otimização por faixas de operação.



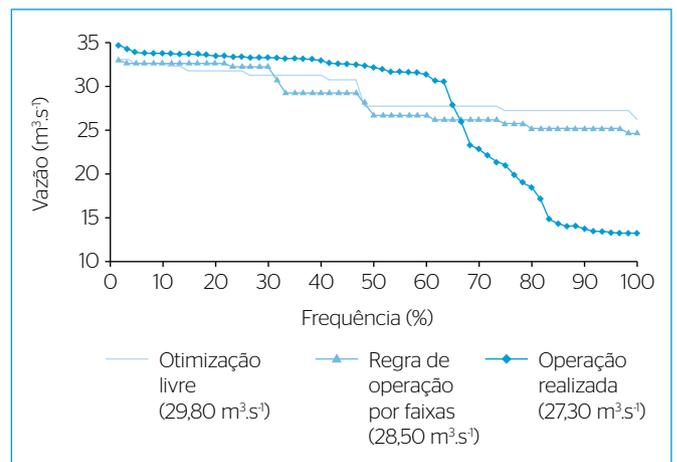
**Figura 7** - Permanência dos volumes finais mensais do reservatório equivalente para otimização livre, operação real e da regra de operação por faixas.

Durante o período crítico, de meados de 2013 até o fim de 2014, os volumes armazenados da operação real apresentaram rápido decaimento, tendo como consequência o uso do volume da reserva técnica de julho de 2014 até novembro de 2015. Os modelos de otimização também apresentaram rápido decaimento do volume armazenado a partir de julho de 2013. O impacto das baixas aflúências do biênio crítico mostra que, mesmo no sistema otimizado, não foi possível evitar o esgotamento do volume útil do RE; o modelo de otimização livre alcançou o nível mínimo em novembro de 2015 e a regra de operação por faixas um mês antes, em outubro de 2015.

A permanência dos resultados de volume armazenado no modelo de otimização livre mostra que foi possível preservar um volume útil maior ou igual a 834 hm<sup>3</sup> (85% da capacidade) durante pelo menos 51% do tempo no período analisado. A regra de operação por faixas atinge menores valores, garantindo que esse volume seja mantido durante pelo menos 20% do período, enquanto na operação realizada, esse volume é garantido durante 13% do período. Os modelos otimizados garantem que o volume armazenado no reservatório seja maior que 10% da capacidade durante 90% do tempo, já a operação realizada garante essa condição durante 67% do tempo.

Com relação ao abastecimento da RMSB, a vazão mínima fornecida pela otimização livre é de 26,20 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>, e o modelo é capaz de garantir vazões superiores a 27,20 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> durante 98% do tempo, como mostra a Figura 8. A retirada mínima pela regra de operação por faixas foi de 24,70 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>, e retiradas superiores a 25,20 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> foram garantidas durante 97% do período. Em média, a regra de operação por faixas forneceu vazões de 28,50 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> para a RMSB, enquanto a otimização livre forneceu, em média, vazões de 29,80 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>. A operação realizada forneceu, em média, vazões de 27,30 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> para a RMSB durante o período analisado, e os valores mínimos de vazão foram de 13,30 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>.

Segundo ANA & DAEE (2016), durante a temporada de fevereiro a dezembro de 2015, houve redução de média de 58% do fornecimento do



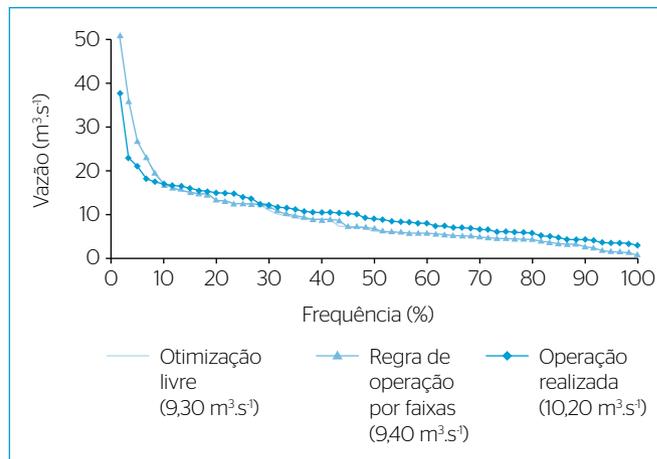
**Figura 8** - Permanência e valores médios das retiradas da otimização livre, da regra de operação por faixas e da operação realizada para a Região Metropolitana de São Paulo.

SC para a RMSP, devido, entre outros aspectos, ao racionamento progressivo das retiradas controlado pelas agências reguladoras. As ações tomadas para gestão da crise hídrica foram necessárias para minimizar o impacto das restrições sobre a população.

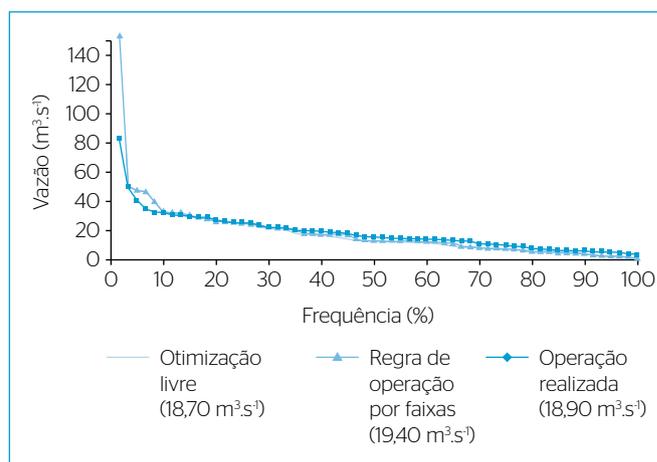
As Figuras 9 e 10 mostram as permanências e os valores médios de vazão fornecidos para Jb e Jv, respectivamente. Os resultados dos modelos de otimização para os dois pontos de controle apresentam, em geral, retiradas menores do que a operação realizada. Tanto o modelo de otimização livre quanto a regra de operação por faixas são capazes de garantir as vazões mínimas requeridas para Jb durante pelo menos 90% do tempo, como mostra a Figura 9. A otimização livre fornece vazões médias de  $9,30 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e a regra de operação por faixas fornece, em média,  $9,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , menores do que a operação realizada no período, que forneceu  $10,20 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Com relação a Jv (Figura 10), a regra de operação por faixas forneceu, em média, vazões de  $19,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , maiores do que a otimização livre e do que a operação realizada no período, que forneceram, respectivamente, vazões médias de  $18,70 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $18,90 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Apesar das maiores vazões fornecidas pela regra de operação por faixas, a garantia de atendimento integral às demandas requeridas no período foi de 43,30%, enquanto a garantia da otimização livre foi de 56,70% do período. As restrições de demandas por período e por faixas de operação podem ter dificultado o atendimento total às demandas requeridas pela regra de operação por faixas, causando menores garantias. O comportamento da regra de operação por faixas evidencia os impactos que o atendimento das bacias a jusante do SC pode causar no fornecimento de vazões para RMSP. Essa relação pode ter contribuído para a menor disponibilidade de volumes na operação realizada, especialmente durante o biênio crítico.

A Tabela 4 mostra os comportamentos dos dois modelos de otimização quanto às médias de volumes e às retiradas mensais para os



**Figura 9** - Permanência e valores médios das retiradas da otimização livre, da regra de operação por faixas e da operação realizada para Buenópolis (Jb).



**Figura 10** - Permanência e valores médios das retiradas da otimização livre, da regra de operação por faixas e da operação realizada para Valinhos (Jv).

**Tabela 4** - Valores médios anuais de volumes e vazões fornecidas para os períodos seco e úmido da otimização livre e da regra de operação por faixas.

Ano	Período	Otimização livre				Regra de operação por faixas			
		RE (hm³)	RMSP (m³.s⁻¹)	Jb (m³.s⁻¹)	Jv (m³.s⁻¹)	RE (m³.s⁻¹)	RMSP (m³.s⁻¹)	Jb (m³.s⁻¹)	Jv (m³.s⁻¹)
2011	Seco	939,00	31,90	4,80	13,30	877,40	32,30	6,00	17,00
	Úmido	901,70	32,10	22,50	48,70	860,10	32,10	22,50	50,00
2012	Seco	919,00	31,40	10,50	21,60	798,40	30,60	10,50	22,90
	Úmido	875,60	31,20	10,80	24,40	756,90	31,20	10,80	25,40
2013	Seco	921,60	27,60	6,70	11,40	800,40	26,50	6,70	11,20
	Úmido	875,40	29,20	10,70	20,50	759,60	28,70	10,70	20,50
2014	Seco	515,60	27,20	2,10	3,90	432,80	26,30	2,10	4,00
	Úmido	541,00	27,40	4,40	7,30	457,60	25,90	4,40	7,40
2015	Seco	129,00	27,30	4,70	6,60	104,60	25,20	4,70	6,60
	Úmido	149,30	28,10	10,90	18,40	122,00	25,50	10,90	18,40
2011 a 2015		675,40	29,40	9,30	18,70	596,00	28,50	9,40	19,30

RE: Reservatório equivalente; RMSP: Região Metropolitana de São Paulo; Jb: ponto de controle em Buenópolis; Jv: ponto de controle em Valinhos.

períodos úmido e seco. A regra de operação por faixas tende a apresentar menores volumes armazenados e vazões fornecidas à RMSP, porém maiores fornecimentos às bacias a jusante do que a otimização livre.

Quanto a Jb, os comportamentos de ambos os modelos foram muito próximos, exceto no período seco de 2011, quando o fornecimento da regra de operação por faixas foi maior do que a otimização livre. Em média, a regra de operação por faixas forneceu vazões de  $9,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e a otimização livre, de  $9,30 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . A regra de operação por faixas forneceu maiores vazões médias para Jv do que a otimização livre durante os períodos seco e úmido nos anos de 2011, 2012 e 2014. Esses resultados mostram que as restrições para o atendimento das bacias a jusante, impostas pela regra de operação por faixas, causaram impactos no armazenamento médio do RE e no atendimento à RMSP.

## CONCLUSÕES

Os modelos de PD foram capazes de representar convenientemente o problema de otimização do SC através do RE para a análise prática do período crítico. O *software* CSUDP, empregado para a solução do problema multidimensional, apresentou rápida convergência para os resultados ótimos devido ao uso combinado das técnicas de DPSA e IDP.

O resultado da otimização livre representa o melhor desempenho possível do SC no período de análise sob as condições impostas. A estratégia adotada para definir as faixas operacionais e as vazões requeridas nos pontos de controle resultou em uma regra operativa prática que, por hipótese, preservaria o comportamento da otimização livre.

Os resultados mostram que o impacto da seca enfrentada pelo SC no biênio 2013–2014 foi verificado tanto na otimização livre quanto na regra por faixas de operação, porém os resultados de atendimento às demandas, em especial para a RMSP, são garantidos por ambos de forma satisfatória, especialmente se comparados à operação realizada.

Os modelos de otimização mantiveram os volumes armazenados em níveis mais elevados do que a operação realizada durante todo o período analisado. Durante os meses críticos, os volumes finais de armazenamento observados na operação realizada apresentaram rápido decaimento, permanecendo no nível mínimo de operação de julho de 2014 até novembro de 2015. Ambos os modelos de otimização foram capazes de manter os níveis de armazenamento superiores ao mínimo durante mais de 95% do período analisado. A regra de operação por faixas alcançou níveis mínimos em outubro de 2015, enquanto a otimização livre, em novembro de 2015.

A comparação entre os modelos de otimização mostra que, em geral, a regra de operação por faixas resulta em menores volumes armazenados e menor atendimento à RMSP, porém maiores vazões liberadas para as bacias a jusante do que a otimização livre. Nesse sentido, a regra de operação por faixas e a operação realizada apresentaram comportamentos análogos.

Com relação às vazões médias fornecidas pelos modelos para a RMSP, a regra de operação por faixas forneceu  $28,50 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , a otimização livre forneceu  $29,80 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , enquanto a operação realizada forneceu, em média, vazões de  $27,30 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Para Jb, a otimização livre e a regra de operação por faixas forneceram, em média, vazões de  $9,30 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $9,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , respectivamente, enquanto a operação realizada forneceu vazões médias de  $10,20 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Para Jv, as vazões fornecidas pela regra de operação por faixas foram, em média, de  $19,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , maiores do que as vazões fornecidas pela otimização livre pela operação realizada no período, que foram, respectivamente, de  $18,70 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $18,90 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Uma limitação da abordagem apresentada neste estudo é que, apesar de ser uma ferramenta ágil e de livre acesso, o *software* CSUDP exige conhecimento do programa e das alternativas de análise de PD pelo usuário. A configuração do algoritmo de otimização dificulta a representação de todas as restrições que caracterizam um sistema complexo como o SC, as quais requerem simplificações na abordagem.

## REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (ANA). (2014) *Conjuntura dos recursos hídricos no Brasil: encarte especial sobre a crise hídrica*. Brasil: ANA. Disponível em: <<http://conjuntura.ana.gov.br/docs/crisehidrica.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (ANA); DEPARTAMENTO DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA (DAEE). (2014a) *Resolução conjunta ANA/DAEE nº 335, de 5 de março de 2014*. Brasil: ANA/DAEE. Disponível em: <<http://www.daee.sp.gov.br/images/documentos/resolucao3352014.pdf>>. Acesso em 10 de agosto de 2016.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (ANA); DEPARTAMENTO DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA (DAEE). (2014b) *Resolução conjunta ANA/DAEE nº 1672, de 17 de novembro de 2014*. Brasil: ANA/DAEE. Disponível em: <<http://www.daee.sp.gov.br/images/documentos/cantareira/1672ANADAEE.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (ANA); DEPARTAMENTO DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA (DAEE). (2016) *Dados de referência acerca da outorga do sistema Cantareira*. Brasil: ANA/DAEE. Disponível em: <[http://arquivos.ana.gov.br/institucional/sof/Renovacao\\_Outorga/DDR\\_Sistema\\_Cantareira.pdf](http://arquivos.ana.gov.br/institucional/sof/Renovacao_Outorga/DDR_Sistema_Cantareira.pdf)>. Acesso em 10 de setembro de 2016.

BELLMAN, R. (1957) *Dynamic Programming*. Nova Jersey: Princeton University Press. 365 p.

COMPANHIA DE SANEAMENTO BÁSICO DO ESTADO DE SÃO PAULO (SABESP). (2015) *Crise Hídrica, Estratégia e Soluções da Sabesp: para a região metropolitana de São Paulo*. São Paulo: SABESP. Disponível em: <[site.sabesp.com.br/site/uploads/file/crisehidrica/chess\\_crise\\_hidrica.pdf](http://site.sabesp.com.br/site/uploads/file/crisehidrica/chess_crise_hidrica.pdf)>. Acesso em: 10 ago. 2016.

DEPARTAMENTO DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA (DAEE). (2004) *Portaria DAEE nº 1.213, de 6 de agosto de 2004*. Brasil: DAEE. Disponível em: <[www.comitespcj.org.br/images/Download/Portaria-DAEE-1213-04.pdf](http://www.comitespcj.org.br/images/Download/Portaria-DAEE-1213-04.pdf)>. Acesso em: 10 ago. 2016.

LABADIE, J. W. (2004) Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 130, n. 2, p. 93-111. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2004\)130:2\(93\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2004)130:2(93))

\_\_\_\_\_. (2014) *Generic Dynamic Programming Package: CSUDP - Documentation and User Guide*. Disponível em: <[http://modsim.engr.colostate.edu/csudp\\_download.php](http://modsim.engr.colostate.edu/csudp_download.php)>. Acesso em: 16 fev. 2016.

LARSON, R. E. (1968) *State Increment Dynamic Programming*. Nova York: Elsevier.

LOUCKS, D.; BEEK, E.; STEDINGER, J. R.; DIJKMAN, J. P. M.; VILLARS, M. T. (2005) *Water resources systems planning and management: an introduction to methods, models and applications*. Paris: UNESCO.

NANDALAL, K. D. W.; BOGARDI, J. J. (2007) *Dynamic Programming Based Operation of Reservoirs: Application and Limits*. Estados Unidos: Cambridge University Press.

PORTO, R. L.; LANNA, A. E. L.; BRAGA, P. F. B.; CIRILO, J. A.; ZAHED, K.; AZEVEDO, L. G. T.; GOBETTI, L.; BARROS, M. T. L.; BARBOSA, P. S. F. (2002) *Técnicas quantitativas para o gerenciamento de recursos hídricos*. 2. ed. Porto Alegre: Ed. UFRGS/Associação Brasileira de Recursos Hídricos.

SIMONOVIC, S. P. (1992) Reservoir systems analysis: closing gap between theory and practice. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 118, n. 3, p. 262-280. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1992\)118:3\(262\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1992)118:3(262))

YAKOWITZ, S. (1982) Dynamic Programming Applications in Water Resources. *Water Resources Research*, v. 18, n. 4, p. 673-696. <https://doi.org/10.1029/WR018i004p00673>

YEH, W. G. W. (1985) Reservoir management and operation models: a state-of-the-art review. *Water Resources Research*, v. 21, n. 12, p. 1797-1818. <https://doi.org/10.1029/WR021i012p01797>