

Níveis de Compreensão do Conceito de Média Aritmética de Adolescentes a partir do Método Clínico-Crítico Piagetiano

Levels of Understanding for the Arithmetic Mean Concept by Adolescents through the Piagetian Clinical-Critical Method

Karla Priscila Schreiber*

 ORCID iD 0000-0003-1681-0422

Gabriela Braz**

 ORCID iD 0000-0002-9669-0346

Cristina Cavalli Bertolucci ***

 ORCID iD 0000-0001-9678-1638

João Alberto da Silva ****

 ORCID iD 0000-0002-5259-7748

Mauren Porciúncula *****

 ORCID iD 0000-0003-1161-8220

Resumo

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa realizada com o objetivo de conhecer o entendimento do

* Mestre em Biometria e Estatística Aplicada pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, RS, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Itália, km 8, Bairro Carreiros, Rio Grande, RS, Brasil, CEP: 96201-900. E-mail: karla.pschreiber@hotmail.com.

** Graduada em Psicologia pela Anhanguera, Rio Grande, RS, Brasil. Graduanda em Pedagogia pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, RS, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Itália, km 8, Bairro Carreiros, Rio Grande, RS, Brasil, CEP: 96201-900. E-mail: gabibrazpedagogia@gmail.com.

*** Pós-doutora em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Doutora em Educação pela Università degli Studi di Padova (UNIPD), Itália. Pós-doutoranda na Faculdade de Educação – Departamento de Ensino e Currículo pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Endereço para correspondência: Av. Paulo Gama, 110, Porto Alegre, RS, Brasil, CEP: 90046-900. E-mail: cristina.bertolucci@ufrgs.br.

**** Pós-Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco. Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e Universidade de Genebra. Professor Associado na Universidade Federal do Rio Grande (FURG) no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde. Endereço para correspondência: Av. Itália, km 8, Bairro Carreiros, Rio Grande, RS, Brasil, CEP: 96201-900. E-mail: joaosilva@furg.br.

***** Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Professora associada na Universidade Federal do Rio Grande (FURG) no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde. Endereço para correspondência: Av. Itália, km 8, Bairro Carreiros, Rio Grande, RS, Brasil, CEP: 96201-900. E-mail: mauren@furg.br.

conceito de média aritmética, de jovens em vulnerabilidade socioeconômica e ambiental. Utilizou-se o método clínico-crítico piagetiano na realização da coleta e análise dos dados. Os instrumentos utilizados na coleta de dados foram construídos pelos realizadores do estudo. A amostra constitui-se de doze jovens, entre quinze e dezessete anos, estudantes do Centro de Convívio dos Meninos do Mar – CCMar, no litoral sul brasileiro. A análise apontou para a existência de três níveis de compreensão do referido conceito, sendo: primeiras aproximações ou ideias incipientes; noções de média aritmética baseadas em pensamento concreto; média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados. A partir dessa investigação é possível indicar que o conceito de média aritmética exige a realização de abstrações reflexionantes; ou seja, os elementos simbólicos do pensamento necessitam sair dos referentes materiais, pois não é um conceito material, e sim formal.

Palavras-chave: Conceito de Média Aritmética. Educação Estatística. Método Clínico-Crítico Piagetiano.

Abstract

This paper presents the results of a research carried out with the objective of knowing the understanding of the arithmetic mean concept by young people in socioeconomic and environmental vulnerability. The piagetian clinical-critical method was used to perform the data collection and analysis. The instruments used in the data collection were constructed by the authors. The sample consisted of twelve teenagers between the ages of fifteen and seventeen, students of Centro de Convívio dos Meninos do Mar – CCMar, in the Brazilian South Coast. The analysis pointed to the existence of three levels of understanding for the concept discussed above, as follows: first approximations or incipient ideas; notions of arithmetic mean based on concrete thought; arithmetic mean as a representative measure of a data set. From this investigation it is possible to indicate that the arithmetic mean concept requires the realization of reflective abstraction, there for, the symbolic elements of thought need to leave the material referents, because this is not a material concept, but a formal one.

Keywords: Arithmetic Mean Concept. Statistical Education. Piagetian Clinical-Critical Method.

1 Introdução

Este artigo apresenta uma investigação cujo objetivo foi conhecer o entendimento do conceito de média aritmética¹ de doze sujeitos, entre quinze e dezessete anos, estudantes do Centro de Convívio dos Meninos do Mar – CCMar, no litoral sul brasileiro. O centro faz parte de um projeto da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, o qual almeja incluir socialmente jovens em vulnerabilidade socioeconômica e ambiental, através de cursos profissionalizantes.

O interesse por essa temática surgiu a partir de pesquisas, na área de Educação Estatística, que enfatizam a relevância do letramento estatístico (COUTINHO; ALMOULOU; SILVA, 2012; SÁ; PORCIÚNCULA; SAMÁ, 2015; GOULART; COUTINHO, 2015), assim como do conceito de média (STRAUSS; BICHLER, 1988; CAZORLA, 2002; MAGINA; CAZORLA; GITIRANA; GUIMARÃES, 2010; GITIRANA; ANJOS; GUIMARÃES; MARQUES, 2010; DAMIN; JUNIOR; PEREIRA, 2016).

A média aritmética faz parte do cotidiano dos sujeitos, veiculada às informações na

¹ Para esta investigação se considerou o conceito de média aritmética. Assim, quando entrevistador ou participantes da pesquisa, referem-se à média, indica-se, especificamente, média aritmética.

mídia e também, no currículo escolar, sendo, inclusive, utilizada nas medidas de avaliações dos estudantes (GITIRANA et al., 2010). Neste sentido, Cazorla (2002) ressalta que:

É comum ler nos jornais ou ouvir nas reportagens frases do tipo: *a renda per capita do Nordeste é inferior à do Sudeste, a expectativa de vida da mulher é maior que a do homem*, ou informações referentes à chuva média mensal, à escolaridade média, ao número médio de filhos por casal e assim por diante. As pessoas estão acostumadas a estimar o tempo médio gasto no percurso de casa para o trabalho, o tempo médio que demoram para fazer as compras do mês no supermercado, o tempo despendido na fila de banco dentre outras estimativas (CAZORLA, 2002, p. 29, grifos do autor).

Apesar disso, “o conhecimento da média aritmética ainda está baseado no domínio do seu algoritmo de cálculo” (GITIRANA et al., 2010, p. 105). Com isso, os sujeitos conseguem calcular esta medida através do algoritmo, mas não compreendem o seu aspecto representativo em relação a um conjunto de dados (CAZORLA, 2003; STELLA, 2003).

2 Referencial teórico

A estatística é uma competência importante para o exercício pleno da cidadania (MAGALHÃES, 2015; KATAOKA; SILVA; CAZORLA, 2015). Assim, espera-se que todo o cidadão seja letrado, ou seja, tenha a habilidade de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas (GAL, 2002).

Considerando a relevância desta habilidade, os documentos educacionais brasileiros, apresentam, na disciplina de Matemática, a construção de processos de coleta, organização, comunicação e interpretação de dados, a partir da utilização de tabelas, gráficos e representações (BRASIL, 1997; 2006). Mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC brasileira indica, entre as cinco unidades temáticas, o ensino de probabilidade e estatística (BRASIL, 2018).

O letramento estatístico inclui “o conhecimento de conceitos e procedimentos básicos de estatística, ou seja, as apresentações gráficas e tabulares, as medidas de resumo, as medidas de tendência central e de variabilidade” (MAGINA et al., 2010, p. 61). Cabe destacar que, para ser letrado estatisticamente, o sujeito precisa demonstrar as capacidades de:

- (i) perceber porque os dados são necessários e como podem ser produzidos; (ii) apresentar familiaridade com conceitos e ideias básicas relacionadas à estatística descritiva; (iii) demonstrar familiaridade com conceitos e ideias básicas relacionadas às apresentações gráficas e tabulares; (iv) compreender noções básicas de probabilidade; (v) entender como o processo inferencial é alcançado (GAL, 2002, p. 10, tradução livre).

Entre estas capacidades, incluem-se os conceitos relacionados à estatística descritiva. Esta objetiva “a coleta, a organização, a apresentação dos dados em tabelas ou gráficos, assim

como a obtenção de algumas medidas como média, proporção, dispersão que auxiliam na descrição de um conjunto de dados” (SAMÁ; SILVA, 2013, p. 12).

Considerando a estatística descritiva, tem-se a média aritmética, a qual representa um conceito básico da Estatística e da Ciência Experimental, além de fazer parte do contexto escolar e cotidiano dos sujeitos (GITIRANA et al., 2010). Esta representa o ponto de equilíbrio em um conjunto de dados, sendo uma medida de posição ou tendência central (SAMÁ; SILVA, 2013). Para dados não agrupados, a média aritmética é determinada pelo quociente entre a soma de todos os valores da variável e o número total de observações. Para os conjuntos de dados já dispostos em uma tabela de frequência pode-se utilizar a média ponderada, onde os valores da variável são ponderados pelos seus respectivos pesos ou frequências (MAGALHÃES; LIMA, 2007).

A média aritmética também é utilizada para o cálculo de outras medidas estatísticas, como a variância, desvio padrão, coeficiente de variação, assimetria, curtose e correlação (CAZORLA, 2002; MAGINA et al., 2010). Porém, cabe destacar que “saber calcular a média não significa necessariamente que o indivíduo compreende tal conceito, já que ela apresenta suas particularidades” (DAMIN; JUNIOR; PEREIRA, 2016, p. 54). Neste sentido, Strauss e Bichler (1988) apresentam sete propriedades relacionadas à média aritmética, necessárias para que o sujeito compreenda esse conceito, sendo:

- i) a média está localizada entre os valores extremos; ii) a soma dos desvios a partir da média é zero; iii) a média é influenciada por cada um e por todos os valores; iv) a média não necessariamente tem que coincidir com um dos valores; v) a média pode ser uma fração que não tem uma equivalência na realidade física; vi) O cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos, e vii) a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é aquela que está mais próxima de todos os valores (STRAUSS; BICHLER, 1988, p. 66, tradução livre).

Strauss e Bichler (1988) destacam que as três primeiras propriedades referem-se ao aspecto estatístico da média aritmética; as três seguintes indicam o aspecto abstrato, ou seja, permitem a relação acerca de valores não observados; e, a última, central para a compreensão deste conceito, descreve o aspecto representativo de um grupo de valores individuais.

Em relação às investigações acerca do conceito de média aritmética, Damin, Junior e Pereira (2016), a partir de uma pesquisa com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental, perceberam que estes não apresentavam uma compreensão adequada do conceito. Os autores destacaram que os sujeitos, ao realizar o cálculo, somavam os dados, mas não dividiam o valor encontrado em relação à quantidade de total de valores do conjunto.

Em outro estudo, Magina et al. (2010) analisaram as concepções de 287 estudantes e professores brasileiros. Os pesquisadores descobriram que os sujeitos consideravam a média

aritmética como sendo a soma de valores, o ponto máximo dos dados, ou ainda, que esta medida deveria coincidir com pelo menos um dos valores do conjunto de dados.

3 Detalhamento metodológico

Esta pesquisa foi realizada com doze jovens, entre quinze e dezessete anos, estudantes do CCMar, no litoral sul brasileiro, a partir da disponibilidade voluntária dos próprios estudantes, por meio da assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE. Os discentes tinham escolaridade entre o 6º ano do Ensino Fundamental e o 3º ano do Ensino Médio, sendo que grande parte relatou repetências em relação à escola regular. Dentre os participantes da pesquisa, quatro estavam matriculados em costuraria, três em panificação e confeitaria, três em auxiliar administrativo, um em música e um em informática. O nível de ensino formal e o curso técnico escolhido não foram variáveis exploradas.

A partir da colaboração dos doze jovens, a pesquisa objetivou conhecer o entendimento destes sujeitos em relação ao conceito de média aritmética. A metodologia adotada para coleta e análise dos dados foi inspirada no método clínico-crítico piagetiano (PIAGET, 1926).

O método clínico-crítico é um procedimento de coleta e análise de dados que fornece ao pesquisador a possibilidade de compreensão do pensamento e do comportamento dos sujeitos. Desenvolvido por Jean Piaget, representa uma investigação acerca de como as crianças “pensam, percebem, agem e sentem, que procura descobrir o que não é evidente no que os sujeitos fazem ou dizem, o que está por trás da aparência de sua conduta, seja em ações ou palavras” (DELVAL, 2002, p. 67). Ao longo dos anos de pesquisas de Piaget, a utilização de tal método sofreu adequações em função das problemáticas investigadas, porém, a essência do método manteve-se como a investigação do pensamento do sujeito com atividade proposta pelo experimentador e sua interação.

A entrevista clínica que, juntamente com a experimentação e a observação, compõem o método clínico-crítico, segue um modelo semiestruturado. O roteiro da entrevista contém os questionamentos necessários a serem feitos ao sujeito para compreender seu pensamento sobre o que se investiga. A entrevista pode ser realizada através de uma conversa com o entrevistado ou durante um experimento que envolva manipulação (DISESSA, 2007).

Os instrumentos de investigação foram construídos especificamente para este estudo. Esses foram aplicados individualmente, a partir de uma entrevista clínica, descrita neste capítulo. Para coletar os dados, durante algumas aulas dos cursos técnicos, o entrevistador,

com a autorização do professor, convidou os discentes que se dispunham a participar como voluntários de uma pesquisa. Aqueles que aceitaram participar, um a um, foram encaminhados para outra sala, na qual foi realizada a entrevista e a atividade experimental. Como a intenção do estudo era de conhecer algumas noções dos sujeitos acerca do conceito de média aritmética, escolheu-se apresentar uma situação que apresentava a ideia de média aritmética, através da notícia de revista, e uma atividade experimental, em que os participantes deveriam manipular, manualmente, oito canetas e quatro nomes, dispostos em papéis.

A forma de registro dos dados foi o vídeo. No processo investigativo pode-se realizar diferentes estratégias, tal como apresentar interpretações alternativas ao sujeito, fazendo-lhe responder perguntas como “uma pessoa me disse [ideia contrária à apresentada pelo sujeito]” ou ainda, “o que pensas sobre... [ideia alternativa a que foi construída pelo sujeito]”. Estas estratégias, que avançam a partir do protocolo padrão, procuraram entender a direção do pensamento do entrevistado e são chamadas de contra argumentações (DISESSA, 2007). Este foi um recurso corriqueiramente empregado ao longo da produção dos dados para a investigação apresentada neste artigo.

Para esta investigação foi construído um roteiro inicial que contemplava os questionamentos que deveriam ser feitos a todos os participantes, considerando os interesses desta pesquisa. A partir disto, realizou-se um estudo piloto com três estudantes, possibilitando testar os procedimentos adotados. A partir deste estudo foi possível aprimorar os instrumentos de coleta de dados, ajustando assim o roteiro definitivo, com o acréscimo e supressão de perguntas, além de pequenas modificações na estrutura semântica de algumas delas.

Por fim, a pesquisa foi organizada em duas etapas, conforme já descrito: notícia de revista e atividade experimental. A primeira abrangia questões relacionadas a uma notícia retirada da Revista Veja, que fornecia um *ranking* mundial das alturas, de homens e mulheres, em 2014 (Figura 1). Os dados exibidos na imagem apresentavam a altura média, em centímetros, dos países com homens e mulheres mais altos.

Brasileiro cresceu, mas continua com estatura baixa

Ranking de altura

Os países com os homens mais altos em 2014	Altura média (centímetros)	Os países com as mulheres mais altas em 2014	Altura média (centímetros)
1º Holanda	182.5	1º Letônia	169.8
2º Bélgica	181.7	2º Holanda	168.7
3º Estônia	181.6	3º Estônia	168.7
4º Letônia	181.4	4º República Checa	168.5
5º Dinamarca	181.4	5º Sérvia	167.7
6º Bósnia-Herzegovina	180.9	6º Eslováquia	167.5
7º Croácia	180.8	7º Dinamarca	167.2
8º Sérvia	180.6	8º Lituânia	166.6
9º Islândia	180.5	9º Bielorrússia	166.3
10º República Tcheca	180.1	10º Ucrânia	166.3
68º Brasil	173.6	71º Brasil	160.9

Figura 1 – *Ranking* mundial das alturas

Fonte: Revista Veja, 2016.

Segundo o roteiro da coleta de dados, inicialmente os estudantes eram convidados a explicarem o que entendiam acerca da notícia apresentada, além de serem expostos a situações que envolviam a altura média de colegas e familiares, para que demonstrassem as compreensões em relação ao conceito de média aritmética. As perguntas que compunham o interrogatório clínico-crítico são expostas no Quadro 1:

- a) Você poderia me explicar o que compreendeu acerca desta notícia?
- b) Um colega seu disse que todos os homens brasileiros medem 173,6 cm (ou 1,736 m) e que todas as mulheres brasileiras medem 161,9 cm (ou 1,619 m). O que você pensa sobre isso?
- c) Outro entrevistado disse, a partir dos dados apresentados nesta notícia, que homens e mulheres normalmente têm alturas diferentes. Você poderia me dar um exemplo?
- d) O que você me diria em relação à altura média dos homens holandeses e os brasileiros? E a altura média das mulheres letonas em relação às brasileiras?
- e) Um estudante, aqui do centro, me disse que tem dois irmãos e que a média da altura deles está condizente com a altura média do brasileiro. O que podemos pensar sobre isso?
- f) E na sua casa, você saberia me dizer qual a altura média dos seus familiares? Como você iria descobrir essa medida?
- g) Um colega seu disse que essa notícia está errada, pois o irmão dele mede 1,90 m de altura. O que você acha da ideia do colega?
- h) Outra colega sua disse que essa notícia está errada, pois ela mede 1,55 m. O que você acha da afirmação da sua colega?

Quadro 1 – Roteiro do interrogatório clínico-crítico.

Fonte: Acervo dos autores (2017).

Em um segundo momento, os mesmos estudantes eram convidados a participarem, individualmente, de uma atividade experimental, na qual recebiam papéis, com quatro diferentes nomes (Karla, Gabi, Pedro e Tiago) e oito canetas (Figura 2). A partir disso, eram convidados a organizarem as canetas em relação aos nomes. Como primeira situação, os

participantes deveriam organizar o material de modo tal que mantivessem uma média de duas canetas por nome.

Após a primeira proposta, realizada pelo participante da entrevista, o entrevistador realizava alguma modificação na situação: algumas vezes deixava algum dos personagens sem qualquer caneta, noutras concentrava todos os objetos em um único. A cada movimento das canetas, os participantes eram questionados acerca da média que poderia ser encontrada e de possíveis mudanças, sem alterar a média de duas canetas por pessoa. Durante a atividade experimental, os participantes também manipulavam os objetos, a fim de representar as diferentes situações propostas.



Figura 2: Atividade experimental com os quatro nomes e as oito canetas
Fonte: Acervo dos autores, 2017.

Após a coleta dos dados, realizou-se a transcrição literal dos protocolos, acrescido dos registros de dados do pesquisador no momento da coleta, como gestos e olhares dos participantes. O protocolo seguiu as orientações de Delval (2002), que organiza os dados em colunas com as perguntas do entrevistador, as respostas dos entrevistados e um espaço para anotar informações acerca das manipulações e gestos dos participantes.

4 Análise dos resultados

A partir da transcrição dos dados, os processos de pensamento apresentados pelos entrevistados puderam ser mapeados. Esse mapeamento referiu-se a um primeiro nível de interpretação das condutas, em sentido amplo, de cada participante, para identificar o que revelam sobre o entendimento de média aritmética e como essa pode ser calculada. Após, optou-se por organizar os tipos de explicação de forma a verificar se poderiam ser caracterizadas como de níveis diversos. Para tal, baseado na definição do conceito de média aritmética (SAMÁ; SILVA, 2013; MAGALHÃES; LIMA, 2007), utilizou-se como critério o grau de entendimento do conceito revelado nas falas e condutas dos participantes, podendo

assim ser identificados desde ideias embrionárias do conceito, entendimentos que apoiam o raciocínio em objetos concretos e, por fim, concepção como uma medida representativa de um conjunto de dados.

É importante destacar que o resultado do estudo não será a classificação dos participantes (quantos) em cada nível, mas a identificação e definição dos níveis a partir da análise do que os participantes expressaram. Nessa direção, cada um dos níveis representa uma categoria de pensamento, definidas por: *primeiras aproximações* ou *ideias incipientes*; *noções de média aritmética baseadas em pensamento concreto*; *média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados*.

4.1 Primeiras aproximações ou ideias incipientes

Para este primeiro nível incluíram-se as respostas dos participantes da pesquisa que apresentaram explicações iniciais em relação aos dados expostos na notícia - *ranking* mundial das alturas – ou, até mesmo, a ausência da compreensão em relação às informações. Esses não exibiram familiaridade com o conceito de média aritmética ou com a representatividade desta medida estatística. Assim, alguns estudantes manifestaram dificuldades em relação à leitura dos dados expostos na notícia, ou então, conseguiram indicar algumas compreensões, a partir da intervenção do entrevistador. Para exemplificar tal concepção, segue trecho do protocolo de entrevista do participante Azul², ilustrando respostas que sinalizaram o nível de compreensão ainda incipiente do conceito de média aritmética.

Após Azul analisar, em silêncio, a tabela apresentada na notícia, pergunta-se:

Você poderia me explicar o que compreendeu acerca desta notícia? *Nada* [risos]. Você pode olhar com atenção. Não precisa ter pressa. O que você conseguiu perceber? [alguns instantes de silêncio] *Ah eu entendi que o brasileiro tem... depende do... do estado do Brasil... cada dia tem, homens... essas coisas... alguma coisa assim... tem alguma coisa relacionada com homem... Certo, há uma relação com homens... e o que mais você conseguiu perceber? Tem mais informações que poderia explicar? É, só isso que entendi, por enquanto. Imagine que você precisasse explicar essa notícia para alguém... como você explicaria? Eu explicaria que às vezes... nem eu sei o que queria explicar... que... eu não sei explicar direito... Olhando para o título da notícia e no restante das informações, o que você consegue perceber? Que o brasileiro cresceu, mas continua em situações baixas. Situações baixas? O que você quer dizer com situações baixas? Tipo, depende do que está acontecendo no Brasil... essas coisas assim... que tem esses negócios de trabalho, que ninguém está conseguindo, e enquanto as pessoas precisam trabalhar, essas coisas... Então você acha que a notícia traz a situação econômica? É. Se você olhar essa parte aqui [entrevistador mostra o título da notícia], que traz a ideia de altura, *ranking* de altura... É, depende da altura que é... Você falou anteriormente sobre brasileiro... além do brasileiro, quais outras informações/países tem nessa notícia? É.... [sujeito demonstra estar em dúvida] [risos] *os países que... nem eu sei explicar direito... E se**

² Para manter o anonimato dos participantes, optou-se por utilizar o nome de cores.

você olhasse a notícia, onde localizou os brasileiros? *Aqui* [mostra os homens brasileiros]. E qual a outra informação que tem em relação aos brasileiros? *Tem duas vezes o Brasil aqui* [percebe o nome do Brasil na coluna dos homens e das mulheres]. Por que você acha que tem duas vezes? *Porque um é do homem e o outro é da mulher...* E o que exatamente do homem e da mulher? *As alturas “médicas”! médica?* Altura? *Isso* (Recorte da transcrição da entrevista do participante Azul, 09/11/2017).

Após a interpretação da notícia, o participante Azul realizou a atividade experimental, conforme transcrição a seguir:

Um colega seu, aqui do centro, disse que essa notícia está errada, pois seu irmão mede 1,90m, ou seja, não mede a altura média dos brasileiros de 1,73m. O que a gente poderia pensar sobre isso? *É, na verdade ele tá certo, porque tá errado... porque nem todo o homem tem essa altura e nem toda a mulher tem a mesma altura, também. Tem uma altura bem diferente.* Então, como você acha que foi organizada essa notícia? Foi preciso colocar um valor para cada altura, de cada país... como você acha que eles identificaram que o brasileiro tem 1,73m? Como foi colocado esse valor para a altura média? *Acho que eles mediram uma pessoa e pensaram que todo o homem tinha essa altura e que toda a mulher tinha essa altura.* Você acha que eles mediram uma pessoa ou mediram muitas pessoas? Como eles fizeram? *Acho que pegaram uma pessoa só.* Uma pessoa só? Aí eles colocaram esse valor como sendo a média? *É.* Em relação à altura das mulheres uma colega sua, aqui do centro, disse que tem 1,55m... então ela disse que a notícia está errada porque ela não tem 1,60m. O que podemos pensar sobre isso? *É... nem toda a mulher tem o mesmo tamanho. Eu posso ter 1,60m e ela tem 1,55m.* E no caso das mulheres, você acha que eles fizeram como para chegar na altura de 1,60m? *Acho que eles pegaram uma mulher e pensaram que toda a mulher tem 1,60m.* Então eles escolheram? Não mediram muitas pessoas? *Não* (Recorte da transcrição da entrevista do participante Azul, 09/11/2017).

Na primeira transcrição destaca-se a dificuldade manifestada pelo participante Azul no entendimento dos dados expostos na notícia, apresentando hesitação em ler e interpretar uma tabela, com frases soltas e que não trazem uma compreensão clara das informações dispostas no *ranking*. Neste sentido, pode-se indicar que não estão presentes noções básicas acerca do conceito de média aritmética, por exemplo, o reconhecimento de informações estatísticas e a interpretação de dados em tabelas, sendo estes componentes fundamentais ao letramento estatístico, ou seja, à capacidade para interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, assim como em compreender o seu significado (GAL, 2002).

Neste nível, as respostas foram construídas a partir do que estava explícito na notícia, não indicando, necessariamente, uma avaliação crítica das informações ou uma compreensão do significado da “altura média”. Além disso, os participantes da pesquisa indicaram que a média havia sido determinada a partir da escolha aleatória de uma pessoa que tinha, no caso dos homens brasileiros, 173,6cm e das mulheres, 160,9cm de altura, conforme é relatado na segunda transcrição da entrevista do participante Azul.

As respostas indicadas pelo participante Azul apresentaram indícios da falta de entendimento em relação ao conceito de média aritmética. Neste caso, pode-se perceber que o

sujeito entendeu a média como sendo um valor absoluto, ou seja, não compreendeu as propriedades que caracterizam esta medida estatística em relação a um conjunto de dados.

Na atividade experimental, para exemplificar as respostas consideradas para este nível, são expostos a seguir, os dados do participante Amarelo. A partir da tarefa solicitada de dispor as canetas de modo que a média fosse duas por pessoa, o participante Amarelo colocou duas canetas para cada nome. Ao ser questionado se poderiam ser deslocadas as canetas, mantendo a média dois, não apresentou sugestão. Assim, o entrevistador passou a deslocar as canetas e a questionar a média encontrada.

[Inicialmente coloca duas canetas em cada nome] Você pode mexer as canetas para qualquer lado, mas precisa manter a média dois. Por exemplo, eu poderia fazer assim... [o entrevistador coloca três canetas para a Karla, três para o Pedro, dois para o Tiago e zero para a Gabi] e manter a média dois? *Não*. Qual seria a média, neste caso? *cinco e três, e dois não tem*. Não tem uma média única aqui? *Não*. E se eu colocar todas as canetas para o Pedro e os outros ficarem sem nenhuma caneta. Qual será a média desse grupo? *Nove*? E se eu colocar quatro canetas para o Tiago e quatro canetas para o Pedro, qual será a média? *Quatro para cada um [Tiago e Pedro] e faltou para os dois [Gabi e Karla]*. Eu teria uma média do grupo em relação às canetas? *Acho que não porque para eles faltou*. Então você acha que a única forma de obter uma média dois será como estava antes [duas canetas para cada nome]? *Sim*. Só dessa forma ou teria alguma outra maneira? Se mudar a posição das canetas irá mudar a média? *Acho que sim* (Recorte da transcrição da entrevista do participante Amarelo, 17/10/2017).

As respostas apresentadas por Amarelo, a partir do desenvolvimento da atividade experimental relatada acima, apresentam indícios da falta de entendimento em relação ao conceito de média aritmética, como também já evidenciado a partir do relato de Azul. Aqui, o participante Amarelo indicou que a média somente seria dois se todos os nomes obtivessem duas canetas. Caso contrário, com um número distinto de canetas por pessoa, não seria possível encontrar um único valor para a média. Ainda neste recorte, por um momento, Amarelo expôs como média o número nove – havia oito canetas, mas pode-se perceber que se quer indicar a média como sendo o valor máximo – mas, logo em seguida, retomou a ideia inicial e afirmou haver somente a média dois, com duas canetas por nome.

Neste caso, pode-se indicar que os participantes entenderam a média como sendo um valor absoluto, ou seja, não a compreenderam como sendo um valor que representa, de forma resumida, o comportamento de um conjunto de dados (GITIRANA et al., 2010). Neste caso, o sujeito buscou através de uma representação concreta, encontrar uma média dois, o que não ocorreu com um número distinto de canetas por nome, demonstrando que este construiu as relações a partir das características dos objetos que poderiam ser observadas, realizando assim abstrações empíricas (PIAGET, 1995).

Na abstração empírica são extraídas qualidades e informações dos objetos, existentes antes da ação do sujeito sobre este objeto, isto é, daquilo que pode ser observado. Podemos

exemplificar tal abstração quando Azul é questionado sobre como foi feita a pesquisa sobre alturas. Ele afirma “*acho que pegaram uma pessoa só*”, expressando a característica visível na tabela: existência de um único valor referindo-se à altura feminina. Ou ainda, quando Amarelo é questionado sobre a média de duas canetas por pessoa, o entrevistador coloca quatro canetas para Tiago e quatro para Pedro e pergunta sobre a média (considerando o grupo inicial de quatro pessoas). Amarelo afirma que a média, nesse caso, “*será quatro para cada um [Tiago e Pedro] e faltou para os dois [Gabi e Karla]*”, expressando o que observou no concreto: quatro canetas para Tiago e quatro para Pedro.

Tais constatações demonstraram que, para estes sujeitos, uma média dois é representada a partir da distribuição das canetas. Como nos exemplos utilizados pelo entrevistador (3, 3, 2, 0), (8, 0, 0, 0) e (4, 4, 0, 0) não se tem, exclusivamente, este valor, não há como encontrar essa média. Com isso, destaca-se a relevância dos participantes compreenderem que esta medida não precisa, necessariamente, coincidir com os valores presentes nos dados, ou então, que haja uma equivalência na realidade física (STRAUSS; BICHLER, 1988).

Para este nível, os participantes apresentaram explicações iniciais em relação aos dados expostos na notícia, sendo importantes, neste caso, as intervenções do entrevistador. Além disso, indicaram que a altura média havia sido determinada a partir da escolha aleatória de um sujeito que, não necessariamente, representava a altura do restante da população. Logo, não exibiram familiaridade com a ideia de média aritmética, do que ela representa enquanto medida estatística.

4.2 Noções de média aritmética baseadas em pensamento concreto

Para o segundo nível, *noções de média aritmética baseadas em pensamento concreto*, as respostas indicaram uma compreensão em relação aos dados expostos na notícia, além de uma noção inicial acerca do conceito de média aritmética. De acordo com a Epistemologia Genética, a experiência física consiste em agir sobre os objetos e construir algum conhecimento sobre esses, mediante a abstração feita, retirando características materiais ou observáveis das ações, sem estabelecer relações com os dados obtidos.

Essa é uma abstração empírica que, segundo Piaget (1995, p. 5), “busca atingir o dado que lhe é exterior, isto é, visa a um conteúdo em que os esquemas se limitam a enquadrar formas que possibilitarão captar tal conteúdo”. Nesse sentido, referimo-nos ao pensamento concreto como aquele apoiado na materialidade, isto é, que retira qualidades dos objetos, ou

das ações em suas características materiais, isto é, daquilo que pode ser observado. De acordo com Piaget (1995), o sujeito, ao permanecer na materialidade dos fatos, restringe seu pensamento e fica preso a características singulares da situação, o que traz prejuízo à generalização.

Neste caso observa-se que, para o entendimento apresentado, os participantes realizaram abstrações predominantemente empíricas, tendo assim a necessidade de apoiar-se no pensamento concreto, ou seja, as relações construídas foram elaboradas predominantemente a partir de características materiais presentes nas situações apresentadas. Segundo a teoria piagetiana, as operações concretas se dirigem sobre os objetos manipuláveis, sejam manipulações efetivas ou imediatamente imagináveis, opondo-se às operações formais, que se dirigem sobre hipóteses ou enunciados simplesmente verbais (PIAGET, 1983).

Para este nível, em função das representações construídas pelos participantes da pesquisa, obtiveram-se dois subníveis: *média como sendo o valor máximo* e *média como sendo o valor mais frequente (maioria)*. Para o primeiro, *média como sendo o valor máximo*, apresenta-se, a seguir, um trecho da entrevista do participante Verde, neste caso, a partir do desenvolvimento da atividade experimental – com as canetas e os nomes, exemplificando as respostas encontradas neste subnível.

[Inicialmente coloca duas canetas em cada nome] Se eu colocasse cinco canetas para a Karla, três para o Pedro e a Gabi e o Tiago ficassem sem canetas, qual seria a média aqui? *Cinco*. Por quê? *Porque é o maior número de canetas*. E se eu colocasse as oito canetas para o Pedro, qual seria a média? *Oito*. E se eu te perguntasse qual a média do grupo, de todos juntos, você continuaria dizendo que é oito? *Sim, porque é que tem mais*. Então você acha que a média dois será somente desse jeito? [dividindo duas canetas para cada]. *Sim, porque cada um teria duas canetas* (Recorte da transcrição da entrevista do participante Verde, 09/11/2017).

Neste subnível, os participantes se referiram ao maior número de canetas – objetos manipuláveis – para indicar a média aritmética, ou seja, consideraram esta medida como sendo o valor máximo. Com isso, ao alterar a quantidade de canetas em cada nome havia uma mudança na média, referindo-se sempre a maior quantidade de um único nome. Segundo eles, o valor da média era dois quando havia duas canetas por pessoa.

A percepção da média aritmética, como sendo o valor máximo, já havia sido encontrada em outras pesquisas. Magina et al. (2010) perceberam, entre estudantes e professores, concepções frequentes desta medida como sendo a soma dos valores ou como o ponto máximo desses. Tais respostas indicaram uma falta de compreensão em relação à propriedade, ressaltada por Strauss e Bichler (1988), de que a média está localizada entre os valores extremos.

No segundo subnível, *média como sendo o valor mais frequente (maioria)*, os participantes também indicaram que a média variava com a mudança na posição das canetas, ou seja, somente com duas canetas por nome seria possível obter uma média dois. Neste caso, o participante Vermelho afirmou que a média seria a maioria, ou seja, quando duas pessoas têm três canetas – em quatro nomes – a média seria três, conforme se expõe a seguir.

[Inicialmente coloca duas canetas em cada nome] Eu vou te dar um exemplo: Se eu colocar três canetas para o Pedro, três para Karla, dois para a Gabi e nenhuma para o Tiago, eu continuo tendo a média dois? *Não!* Qual será a média? *Vai ser seis e dois... não, vai ser três. Porque três é a maioria.* Então a média é a maioria? *É.* E se eu mudasse, tirasse as três do Pedro e colocasse para a Karla, deixando-a com seis, a Gabi com duas e o Pedro e o Tiago sem nenhuma. Qual seria nossa média agora? *Seis.* Por que seis? *Porque seis é a maioria* (Recorte da transcrição da entrevista do participante Vermelho, 06/11/2017).

Aqui, novamente, os participantes demonstraram estar ligados à materialidade proposta na atividade, retirando características somente do que observaram entre os objetos reais para encontrar a média aritmética para o conjunto de canetas. Para este subnível pode-se inferir uma confusão com outra medida estatística de posição, ou tendência central, a moda. Esta representa “o valor que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados” (SAMÁ; SILVA, 2013, p. 69), compreensão percebida nos estudantes que representaram este subnível. Pode-se imaginar que se aproximem da moda porque se trata de um conceito estatístico que representa uma medida que, no caso das canetas, pode ser percebido visualmente e, por isso, mais acessível a esses sujeitos. Na pesquisa realizada, a maior parte dos participantes entrevistados atribuiu a ideia de média como sendo a maioria.

As abstrações empíricas realizadas pelos participantes evidenciaram-se quando atribuíram um valor para a média na atividade experimental. O entrevistador apresentou a disposição de cinco canetas para Karla, três para Pedro e Gabi e Tiago ficaram sem canetas. Em seguida, Verde foi questionado sobre qual seria a média, afirmando “*cinco*” e justificando assim “*porque é o maior número de canetas*”. A ideia de assumir a média como sendo o valor máximo foi extraída da maior quantidade de canetas. Já Vermelho, ao ser questionado sobre o valor da média na disposição de três canetas para Pedro, três para Karla, duas para Gabi e nenhuma para Tiago, afirmou que a média “*vai ser três. Porque três é a maioria*”, atribuindo assim a ideia de média como sendo o valor mais frequente.

A representatividade incorreta do conceito de média aritmética também foi encontrada por Mokros e Russell (1995), em um estudo com 21 estudantes de 4^a a 8^a séries que já haviam estudado esse conceito anteriormente. Estes pesquisadores, a partir das principais características apresentadas na solução de problemas, indicaram cinco categorias, utilizadas pelas crianças para construir e descrever a média, sendo: (i) a média como moda; (ii) média

como algoritmo; (iii) média como razoável; (iv) média como ponto médio; e (v) média como ponto de equilíbrio.

Com isso, Mokros e Russell (1995) perceberam que os estudantes que utilizavam a *média como moda e média como algoritmo* não consideravam a média como sendo uma medida para representar o conjunto de dados. Este resultado é semelhante ao encontrado na presente investigação, pois, apesar de serem orientados a organizarem as canetas para obterem uma média dois, não utilizaram essa medida para representar o conjunto de dados, e sim o valor mais frequente.

Para este nível, considerando o desenvolvimento da atividade experimental – com as canetas e os nomes, a maioria dos participantes realizou abstrações predominantemente empíricas, apoiados no pensamento concreto. Esses indicaram um conceito de média aritmética relacionado com o valor máximo ou o valor mais frequente (maioria), demonstrando não compreenderem as propriedades necessárias à construção desta medida.

Com isso, pode-se indicar que as relações foram construídas prevalentemente a partir de características que puderam ser observadas nos objetos do experimento, restringindo assim o pensamento do sujeito (PIAGET, 1995). Ao limitar-se a construção de relações baseadas somente no que é materialmente possível, no sentido de palpável manualmente ou visualmente, o sujeito terá ideias equivocadas e restritas acerca do conceito de média aritmética.

4.3 Média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados

O terceiro nível, *média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados*, incluiu os tipos de respostas que apresentaram uma noção mais refinada da ideia de média aritmética, aproximando-se à definição científica do conceito. Neste nível encontram-se respostas que manifestaram uma compreensão acerca dos dados expostos na notícia, conseguindo explicar como o estudo apresentado na tabela da revista foi realizado.

As explicações fornecidas pelos participantes da pesquisa caracterizaram a ideia de média aritmética como sendo uma medida de tendência central, utilizada para descrever um conjunto de dados. Cabe ressaltar que neste estudo não se exigiu uma demonstração ou explicação do algoritmo para o cálculo da média, apesar de este estar subentendido em algumas das respostas indicadas pelos sujeitos.

Respostas deste nível apresentaram características do pensamento formal, manifestando abstrações e relações retiradas, não mais das qualidades dos objetos ou de ações

observáveis, mas das coordenações das ações do sujeito. Isso significa que as relações são construídas a partir de elementos não presentes na materialidade dos dados expostos. Ao estabelecer relações entre objetos, isto é, fazer comparações, análises entre eles, está se retirando características não mais próprias dos objetos, mas características que só existem na mente de quem faz essas relações. Estas relações são realizadas pelas coordenações das ações e a esse processo Piaget (1995) chamou de abstração reflexionante, que é a base para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático.

Na coleta de dados realizada, somente dois participantes apresentaram a noção mais refinada do conceito. A seguir é exposto um recorte da entrevista com o participante Cinza, a partir da atividade experimental. De posse de oito canetas e quatro nomes, conforme descrito na metodologia, o sujeito deveria dispor as canetas de modo que a média fosse dois. O participante Cinza inicialmente colocou duas canetas para cada um dos nomes. Em seguida, o entrevistador questionou sobre outras possibilidades de disposição das canetas mantendo sempre a média de duas canetas por pessoa:

[Inicialmente coloca duas canetas em cada nome] Quando colocou duas canetas para cada um você me disse que havia uma média dois, certo? *Isso*. Essa é a única forma de colocarmos as canetas e encontrarmos uma média dois? Se você mexer as canetas de alguma outra forma [entrevistador coloca quatro canetas para Gabi e quatro para o Tiago], assim, por exemplo, você encontra uma média dois? *Encontro*. Encontra, como? *Eu encontro que... nem lembro mais o que tinha falado. Estou confuso* [risos]. *Tá, ah! Sim é uma média dois* [sujeito coloca duas canetas para cada] *Não é? Que foi o que eu disse?* *Sim. Colocando três canetas para o Pedro, três para a Gabi e duas para a Karla também teria a média dois, mesmo faltando para o Tiago. Ou então, faltando para duas pessoas também seria uma média dois, certo?* [coloca quatro canetas para o Pedro e quatro na Karla, o restante fica sem canetas] *Entendeu?* Você acha que colocando quatro canetas para a Gabi, quatro para a Karla e nenhuma para Pedro e Tiago, continua com a média dois? *Acho*. Poderia me explicar como chegou a essa conclusão? *Não sei o que te dizer*. Você acha que tem uma média dois? *Acho, e mais... acho que se colocar as oito canetas na Karla continuo com a média dois. É?* *Sim, porque... quantas canetas tenho aqui?* [conta as canetas] *Oito, e são quatro pessoas*. Você saberia me explicar como você calcula a média? [risos] *Espera aí!* Você falou que se colocar as oito canetas para a Karla continua com a média dois. *Sim*. Por quê? [mexe nas canetas] *tenho oito canetas e quatro pessoas, a média fica dois*. Por quê? [risos] *Não sei explicar o porquê*. Por que você diz que é a média será dois? *Porque são quatro pessoas e oito canetas*. E como você chega em uma média dois? *Porque eu dividi as canetas*. Então nesse grupo de pessoas a média seria dois, isso? *Isso, porque eu fiz uma divisão* (Recorte da transcrição da entrevista do participante Cinza, 06/11/2017).

A partir do trecho indicado acima se observa que o participante demonstrou uma compreensão do aspecto representativo da média aritmética, apesar de algumas vezes manifestar dúvidas ou não se lembrar do que havia dito anteriormente. O ato de o entrevistador intervir e questionar várias vezes as respostas dadas pelo participante Cinza auxilia na compreensão dos processos mentais elaborados por ele. Aqui o sujeito concluiu que a média seria dois, independentemente do número de canetas colocados em cada nome. Não

se obteve a explicação formal do processo algorítmico para a obtenção do resultado, mas o sujeito expressou que “*são quatro pessoas e oito canetas*”, então “*dividi as canetas*”.

Neste caso observa-se que o participante retira as informações a partir da coordenação de suas ações, ou seja, a partir de abstração reflexionante. Essa coordenação acontece em seu cérebro, em sua mente, como uma operação, que não pode ser observada, apenas inferida.

A abstração “reflexionante” é um processo que permite construir estruturas novas, em virtude da reorganização de elementos tirados de estruturas anteriores e, como tal, tanto pode funcionar de maneira inconsciente como sob a direção de intenções deliberadas: particularmente, o sujeito de uma investigação ignora, por muito tempo, de que fontes ele tem haurido os mecanismos constitutivos de sua nova construção (PIAGET, 1995, p. 193).

Cinza diante da situação de quatro canetas para Gabi, quatro para Karla e nenhuma para Pedro e Tiago afirma que a média continua sendo dois. Ao ser questionado sobre como chegou a tal conclusão, o participante diz que “*acho que se colocar as oito canetas na Karla continuo com a média dois*”. Observa-se que Cinza estabeleceu relações entre os objetos, fazendo comparações e análises, concluindo um fato que não está presente na situação física apresentada. A abstração reflexionante apoia-se sob todas as atividades cognitivas do sujeito, como esquemas ou coordenações de ações, operações e estruturas, para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades que podem ser novas adaptações, novos problemas, etc. (PIAGET, 1995).

Ao questionar o participante Cinza sobre a notícia do *ranking* das alturas, no trecho a seguir, observa-se novamente sua compreensão sobre média.

Um colega seu, aqui do centro, disse que essa notícia está errada porque o irmão dele mede 1,90m de altura. O que tu achas sobre isso? *Mas aqui na notícia é aproximado*. Ele considera errado porque a notícia diz q a média do brasileiro é 1,73m e o irmão dele tem 1,90m de altura. *Porque ele não sabe disso, ele não sabe como chegar ao resultado entendeu? Ele não tem conhecimento de como chegar a um resultado aproximado*. Esse resultado aproximado que tu fala seria a média? *Sim 1,73m* (Recorte da transcrição da entrevista do participante Cinza, 06/11/2017).

A partir do que um colega pensa sobre a notícia, Cinza justifica que ele não sabe como chegar ao resultado, mas que o dado numérico refere-se a um resultado aproximado. Esse resultado aproximado seria, então, o valor da média. A explicação fornecida por Cinza em relação ao número de canetas *versus* o número de pessoas também representa a sua compreensão do conceito, mas em um plano não formalmente especializado segundo a estatística. Nota-se que o participante ainda não consegue explicar formalmente o que significa o resultado aproximado. É provável que ele nunca tenha vivenciado uma situação na qual necessitasse explicar o que significa a ideia de média aritmética entre valores absolutos ou relativos.

Cabe destacar que um conceito matemático ou estatístico não é construído apenas por observação. A partir dos significados construídos pelo sujeito, dos mais elementares aos mais refinados, podem-se construir conceitos e entre os conceitos se estabelecem as relações (PIAGET, 1975).

As constatações para este nível demonstraram a importância do sujeito compreender o aspecto representativo da média aritmética, o que requer entender que esta medida descreve, “de forma resumida, o comportamento de uma amostra: utiliza todos os seus valores e representa-os em apenas um” (GITIRANA et al., 2010, p. 109). Por isso, é relevante que o ensino desta medida estatística não esteja restrito ao mecanismo de cálculo, mas que envolvam situações que possam valer-se das propriedades destacadas por Strauss e Bichler (1988). A abordagem feita a partir das características não observáveis do conceito permite a construção das relações acerca de valores não observados. Isso possibilita a compreensão de que o valor da média não necessariamente precisa coincidir com um dos valores da amostra, assim como esse valor pode ser uma fração que não tem uma equivalência na realidade física.

Para atingir a compreensão de média aritmética, a partir do aspecto representativo de um grupo de valores individuais, é necessário que o indivíduo raciocine a partir de ideias elaboradas por ele mesmo, superando as características observáveis no plano físico ou material. Cabe ressaltar que, para este nível, os participantes apresentaram um pensamento formal, não estando restritos às operações lógico-concretas, mas utilizando indicadores de um raciocínio formal (PIAGET, 1983). No pensamento formal, as operações mentais são realizadas entre ações de pensamentos, ou seja, os objetos a serem manipulados não são mais concretos e sim as possíveis hipóteses construídas em função da situação (PIAGET, 1972). Nesse sentido, essa operação é entendida, então, “como um pensamento de segundo grau: o pensamento concreto é a representação de uma ação possível, e o formal é a representação de uma representação de ações possíveis” (PIAGET, 2005, p. 60).

Tal formalização é importante, pois para compreender a média em relação a um conjunto de dados, o sujeito precisa apoiar seu pensamento no estruturalmente possível e superar o suporte material apresentado pela situação. Na teoria piagetiana, o estruturalmente possível refere-se a possíveis operações e relações estabelecidas que o sujeito realiza no mundo das ideias. São transformações apenas virtuais, nas quais se efetuam todas as possibilidades, ainda que elas não possam ser realizadas no mundo real (BERTOLUCCI, 2009).

Piaget (1995) explica que o mundo virtual caracteriza-se quando o sujeito apoia-se sob todas as suas atividades cognitivas, coordenando suas ações, transpondo a um plano superior

do seu pensamento, reconstruindo ou reorganizando em outro plano o que colheu do anterior, o que ocorre em todas as etapas de desenvolvimento cognitivo. Nesse sentido, se entende que a compreensão de média aritmética não se dá somente a partir dos dados concretos presentes da situação, exigindo assim uma abstração reflexionante e uma formalização dos elementos para sua definição e interpretação.

5 Considerações finais

A presente pesquisa objetivou identificar o entendimento do conceito de média aritmética de doze jovens, entre quinze e dezessete anos, em vulnerabilidade socioeconômica e ambiental. Para isto, utilizou-se uma entrevista semiestruturada, a partir de uma notícia que fornecia um *ranking* mundial das alturas, de homens e mulheres, além de uma atividade experimental, com oito canetas e quatro nomes. Através da análise das respostas obtidas, a partir do método clínico-crítico piagetiano, percebeu-se a existência de três grandes níveis de compreensão, cada qual representando uma categoria de pensamento.

No primeiro nível, destaca-se a dificuldade relacionada à leitura de dados dispostos na tabela – *ranking* mundial das alturas, de homens e mulheres – assim como a indicação do valor da média como sendo um valor absoluto. Tais resultados demonstraram a importância do desenvolvimento do letramento estatístico, tanto quanto a compreensão da média aritmética como uma medida que resume o comportamento de um conjunto de dados.

No segundo nível, *noções de média aritmética baseadas em pensamento concreto*, os participantes da pesquisa exibiram uma compreensão em relação aos dados expostos na notícia, além de uma noção inicial acerca do conceito de média aritmética. Neste caso, apoiaram-se em elementos simbólicos do pensamento, sustentados em referentes materiais presentes nas situações apresentadas. Aqui, obtiveram-se dois subníveis: *média como sendo o valor máximo* e *média como sendo o valor mais frequente (maioria)*.

Cabe destacar que, para este nível, os sujeitos indicaram a média aritmética a partir de uma representação concreta, realizando abstrações predominantemente empíricas elaboradas a partir de características materiais. Assim, com um número distinto de canetas distribuídas para cada nome, apenas em uma das combinações a média é material, ou seja, quando se tem partes iguais entre todos – duas canetas. Entre distribuições diferentes, o sujeito não identifica esta medida, pois não há uma materialidade, como esperam os indivíduos deste nível.

No terceiro nível, *média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados*, os participantes demonstraram compreensões mais sofisticadas do conceito de média

aritmética. Aqui os entendimentos apresentados descreveram a ideia de média aritmética como sendo uma medida de tendência central, usada para descrever um conjunto de dados.

As respostas apresentaram um raciocínio formal, no qual os participantes não ficaram restritos às referentes materiais presentes nas atividades. O pensamento formal permite formular hipóteses, isto é, operar sobre o possível, em vez de limitar-se a uma estruturação direta das ações concretas. Este tipo de formalização do pensamento é importante para a compreensão desta medida, já que esta exige abstração do tipo reflexionante, retirando assim atributos não mais de objetos ou ações observáveis, mas das coordenações de suas ações, fruto de operações mentais

Estes resultados demonstram a importância da compreensão do conceito de média aritmética, assim como a capacidade em interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, neste caso, dispostas em um *ranking* mundial das alturas em 2014. Com isso, destaca-se que o ensino desta medida, assim como outros conceitos relacionados à Educação Estatística, torna-se necessário na formação escolar tanto quanto na formação dos professores que serão os responsáveis pelas estratégias pedagógicas para a abordagem deste conteúdo.

Por fim, destaca-se que este artigo investigou apenas um conceito em relação ao letramento estatístico, mais especificamente, da estatística descritiva. A partir das entrevistas semiestruturadas e da atividade experimental pôde-se conhecer as compreensões do conceito de média aritmética. Prosseguir nas investigações nesse campo faz-se necessário, visto a relevância da Educação Estatística na constituição dos sujeitos para viver em uma sociedade imersa em informações apresentadas em tabelas, gráficos e medidas estatísticas.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

BERTOLUCCI, C.C. **Noções de Infinito Matemático em Adolescentes e Adultos**. 2009. 98 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006. 135p.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CAZORLA, I. M. **A Relação Entre a Habilidade Viso-pictórica e o Domínio de Conceitos Estatísticos na Leitura de Gráficos**. 2002. 335f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

CAZORLA, I. M. Média aritmética: um conceito prosaico e complexo. In: SEMINÁRIO DE ESTATÍSTICA APLICADA, 9., 2003, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IASI, 2003. p. 01-15.

COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S.; SILVA, M. J. F. O desenvolvimento do letramento estatístico a partir do uso do Geogebra: um estudo com professores de matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 246 - 265, 2012.

DAMIN, W.; JUNIOR, G. S.; PEREIRA, R. S. G. O conceito de média aritmética nos anos finais do ensino fundamental. **Boletim online de Educação Matemática**, v. 4, n. 6, p. 48 - 68, 2016.

DELVAL, J. **Introdução à Prática do Método Clínico**: descobrindo o pensamento das crianças. Tradução de Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.

DISESSA, A. An Interactional Analysis of Clinical Interviewing. **Cognition and Instruction**, Philadelphia, v. 25, n. 4, p. 523 - 565, 2007.

GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, Netherlands, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GITIRANA, V. et al. Média Aritmética no Ensino Fundamental. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. (Org.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 105-131.

GOULART, A.; COUTINHO, C. Q. S. Letramento Estatístico e o Exame Nacional de Ensino Médio. In: SAMÁ, S. P.; PORCIÚNCULA, M. (Org.). **Educação Estatística**: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. 1. ed. Curitiba: CRV, 2015. p. 146-153.

KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B.; CAZORLA, I. M. Raciocínio de Covariação de Professores de Matemática. In: SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (Org.). **Educação Estatística**: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. 1. ed. Curitiba: CRV, 2015. p. 55-65.

MAGALHÃES, M. Desafios do Ensino de Estatística na Licenciatura em Matemática. In: SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (Org.). **Educação Estatística**: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. 1. ed. Curitiba: CRV, 2015. p. 41-54.

MAGALHÃES, M.; LIMA, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 6. ed. ver., 1. reimpressão. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2007.

MAGINA, S. et al. Concepções e Concepções Alternativas de Média: um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental. **Educar em Revista**, Curitiba, n. especial 2, p. 59 - 72, 2010.

MOKROS, J.; RUSSELL, S. J. Children's concepts of average and representativeness. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 26, n. 1, p. 20-39, 1995.

PIAGET, J. **La Représentation du Monde Chez L'enfant** [Chapitre d'introduction á l'ouvrage]. 3. ed. Paris: Alcan, 1926. p. 5 - 30.

PIAGET, J. Evolução Intelectual da Adolescência à Vida Adulta. Tradução de Tania B. I. Marques e Fernando Becker. **Human development**, Porto Alegre, n. 15, p. 1-12, 1972.

PIAGET, J. A Epistemologia genética; sabedoria e ilusões da filosofia; problemas de psicologia genética. In: PIAGET. **Os pensadores**. Traduções de Nathanael C. Caixeiro, Zilda A. Daeir, Celia E.A. Di Pietro. São Paulo: Abril Cultural, 1983. 426p. (Coleção Os Pensadores).

PIAGET, J. **Abstração Reflexionante**: reflexões lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Tradução de Fernando Becker e Petronilha B. G. da Silva. Porto Alegre: Artmed, 1995.

PIAGET, J. **A Tomada de Consciência**. Tradução de Edson B. de Souza. São Paulo: EDUSP, 1975.

PIAGET, J. **Seis Estudos de Psicologia**. Tradução Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2005.

REVISTA VEJA. **Brasileiro cresceu, mas continua com estatura baixa**, 2016. Disponível em: <<http://veja.abril.com.br/saude/brasileiro-cresceu-mas-continua-com-estatura-baixa/>>. Acesso em: 20 set. 2017.

SÁ, D. L.; PORCIÚNCULA, M.; SAMÁ, S. Análise do letramento estatístico de estudantes concluintes do Ensino Médio. In: SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (Org.). **Educação Estatística: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior**. 1. ed. Curitiba: CRV, 2015. p. 155 - 165.

SAMÁ, S.; SILVA, C. **Estatística**. Volume I. Porto Alegre: A autora, 2013.

STELLA, C. A. **Um Estudo Sobre o Conceito de Média com Alunos do Ensino Médio**. 2003. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 19, n. 1, p. 64 - 80, 1988.

**Submetido em 05 de Fevereiro de 2018.
Aprovado em 14 de Novembro de 2018.**