

Reflexiones de futuros maestros sobre la idoneidad didáctica y modo de uso de una lección de libro de texto

Reflections of prospective teachers on the didactic suitability and use of a textbook lesson

María José Castillo*

© ORCID iD 0000-0002-8046-8927

María **Burgos****

D ORCID iD 0000-0002-4598-7684

Resumen

Una lección de libro de texto describe el proceso instruccional previsto para el estudio de un contenido, por lo que constituye un recurso relevante para los docentes, que deberán ser críticos cuando decidan cómo emplearla en su planificación curricular. En este estudio se describen y analizan las reflexiones que hacen futuros maestros sobre el grado de adecuación de una lección de libro de texto de proporcionalidad, su modo de uso y los cambios que llevarían a cabo para incrementar la idoneidad didáctica del proceso instruccional implementado. El análisis cualitativo de sus informes escritos permite identificar las referencias a criterios de idoneidad didáctica que incluyen en sus valoraciones. Los resultados reflejan que los futuros maestros reflexionan correctamente sobre aspectos epistémicos (falta de argumentación, falta de claridad en la presentación de conceptos, poca variedad de situaciones y representaciones), cognitivos (falta de atención a conocimientos previos, no advertencia de errores y dificultades al alumno) e instruccionales (la lección prioriza el aspecto procedimental y deja interacciones entre alumnos en segundo plano). Aunque la mayoría identifica conflictos semióticos en la lección y reconoce que el texto debe ser un recurso sobre el cual ha de realizarse cambios para una gestión eficiente, las modificaciones que proponen refieren sólo de modo parcial a la valoración realizada previamente, priorizando cambios en lo epistémico (variar tipología de tareas) y cognitivo (incluir resúmenes de contenidos previos). Concluimos este estudio con una propuesta de mejoras para posteriores intervenciones formativas.

Palabras clave: Competencia Reflexiva. Idoneidad Didáctica. Modo de Uso. Libro de Texto. Proporcionalidad.

Abstract

A textbook lesson describes the intended instructional process for studying a content and is therefore a relevant resource for teachers, who must be critical when deciding how to use it in their curriculum planning. This study describes and analyses the reflections of prospective teachers on the degree of appropriateness of a proportionality textbook lesson, its mode of use, and the changes they would make to increase the didactic appropriateness of the instructional process implemented. The qualitative analysis of their written reports allows us to identify how prospective teachers refer to didactic suitability criteria in their evaluations. The results show that the future teachers reflect correctly on epistemic aspects (lack of argumentation, lack of clarity in the presentation of concepts, lack of variety of situations and representations), cognitive aspects (lack of attention to prior knowledge, failure to warn students of errors and difficulties) and instructional aspects (the lesson prioritises the procedural

Bolema, Rio Claro (SP), v. 36, n. 72, p.555-579, abr. 2022

^{*} Máster en Didáctica de la Matemática (UGR). Profesora de la Universidad de Costa Rica (UCR) en la Facultad de Matemática, San Pedro, San José, Costa Rica. E-mail: mariajosecastilloc.24@gmail.com

^{**} Doctora en Matemáticas por la Universidad de Almería (UAL), doctora en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada (UGR). Profesora titular en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada (UGR), Granada, España. E-mail: mariaburgos@ugr.es



aspect and leaves interactions between students in the background). Although the majority identify semiotic conflicts in the lesson and recognise that the text should be a resource on which changes should be made for efficient management, the modifications they propose only partially refer to the assessment made previously, prioritizing changes in the epistemic (varying the typology of tasks) and cognitive (including summaries of previous content). We conclude this study with a proposal for improvements for subsequent training interventions.

Keywords: Reflective Competence. Didactic Suitability. Mode of Use. Textbook. Proportionality.

1 Introducción

Diversos enfoques teóricos en formación de profesores reconocen la importancia de desarrollar, en estos futuros profesionales, la capacidad para valorar críticamente procesos instruccionales y tomar decisiones oportunas que mejoren la enseñanza de un contenido. Dichas habilidades forman parte de la competencia de *reflexión sobre su propia práctica* que todo profesional en el área debería tener (BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017; CHAPMAN, 2014; DYER; SHERIN, 2016; GIACOMONE; GODINO; BELTRÁN-PELLICER, 2018; GODINO *et al.*, 2017; HART; ALSTON; MURATA, 2011; MASON, 2002; SCHÖN, 1984).

En el ámbito de la Educación Matemática, el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (GODINO; BATANERO; FONT, 2007; GODINO *et al.*, 2017), propone la *idoneidad didáctica* como herramienta teórica y metodológica que permite orientar la reflexión del profesor sobre su propia práctica docente o la de otros (BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017; BURGOS; BELTRÁN-PELLICER; GODINO, 2020; ESQUÉ; BREDA, 2021; FONT *et al.*, 2018; GIACOMONE; GODINO; BELTRÁN-PELLICER, 2018; HUMMES; FONT; BREDA, 2019; MORALES-LÓPEZ; ARAYA-ROMÁN, 2020).

Esta reflexión debe involucrar, también, el grado de adecuación del libro de texto de matemática (BRAGA; BELVER, 2016; LLOYD, 2002) al ser un recurso ampliamente empleado por los docentes en la planificación e implementación de los procesos instruccionales (ANELE, 2020). Así, Shawer (2017) plantea que los programas de formación docentes deben ayudar a estos a ser *desarrolladores del currículo*, lo que implica la capacidad para emplear de diversas formas los recursos materiales, como el libro de texto, adaptándose a las circunstancias. Para ello, sugiere la importancia de formar a los docentes en aspectos del contenido y pedagógicos, así como fomentar su desarrollo profesional basándose en la reflexión sobre las experiencias docentes.

Involucrar a los docentes en la lectura, interpretación y razonamiento de las matemáticas incluidas en los recursos materiales es relevante y significativo para la práctica docente



(CARRILLO-YAÑEZ *et al.*, 2018; REMILLARD; KIM, 2017). De manera específica, Remillard y Kim (2017) proponen que los profesores deben reflexionar sobre: las ideas matemáticas fundamentales, las representaciones y conexiones entre estas, la complejidad relativa de los problemas que se proponen y las secuencias de aprendizaje que se pautan en estos.

En este trabajo reconocemos la importancia de las ideas expuestas anteriormente, y que el análisis crítico del contenido y la toma de decisiones sobre el modo de uso de los materiales curriculares es una tarea compleja para la que los futuros docentes precisan de formación específica (BEYER; DAVIS, 2012; GODINO *et al.*, 2017; SHAWER, 2017). Describimos el diseño, implementación y análisis de una intervención formativa con futuros maestros cuyo objetivo es involucrar a los participantes en la valoración de la idoneidad didáctica del proceso instruccional, pautado por los autores de una lección del libro de texto en el tema de proporcionalidad. Analizamos los argumentos que emplean en la reflexión sobre el uso de este como un recurso educativo en el aula y las posibles adaptaciones del texto analizado para incrementar la idoneidad del proceso de estudio.

Escogemos el contenido matemático de proporcionalidad, tanto por la importancia que tiene el estudio de las razones, proporciones y la proporcionalidad en los currículos de Educación Primaria y Secundaria, como porque este tema no suele recibir un tratamiento adecuado en los textos (AHL, 2016; BURGOS *et al.*, 2020; SHIELD; DOLE, 2013). En concreto, en la mayoría de los textos escolares se reconoce una marcada influencia del aprendizaje memorístico de rutinas, que evita argumentar sobre las condiciones que permiten aplicar procedimientos como la regla de tres al resolver una determinada situación-problema, obstaculizando el desarrollo de un adecuado razonamiento proporcional (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011; LAMON, 2007; RILEY, 2010).

Además, reflexionar sobre la idoneidad del proceso de instrucción planificado en una lección de libro de texto puede ayudar a los futuros docentes a tomar conciencia sobre sus conocimientos matemáticos y didácticos del razonamiento proporcional y desarrollar aquellos aspectos en los que encuentran mayores dificultades (BEN-CHAIM; KERET; ILANY, 2012; BERK *et al.*, 2009; BUFORN; LLINARES; FERNÁNDEZ, 2018; VAN DOOREN *et al.*, 2008).

En la siguiente sección detallamos el marco teórico y problema de nuestra investigación. Posteriormente, describimos la metodología, contexto y diseño de la experiencia formativa. La sección cuarta incluye el análisis y resultados de la evaluación de los informes de trabajo entregados por los futuros maestros. El trabajo finaliza con las conclusiones sobre los hallazgos



y posibles mejoras en futuras intervenciones.

2 Marco teórico

El EOS entiende las matemáticas como una actividad de las personas implicadas en la solución de cierta clase de situaciones-problemas, e interpreta el significado institucional y personal de los objetos matemáticos en términos de los sistemas de prácticas que se ponen en juego en la solución de dichas situaciones (GODINO; BATANERO; FONT, 2007). En dicho marco, se introduce el constructo *idoneidad didáctica* para responder a la necesidad de contar con una herramienta teórico-metodológica que oriente el análisis a nivel macroscópico de los procesos de estudio matemático, la reflexión global del profesor sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva (BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017; GODINO *et al.*, 2017). La *idoneidad didáctica* de un proceso instruccional es el grado en que el mismo (o una parte de este) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado, para lograr la adaptación entre los significados personales construidos por los alumnos (aprendizaje) y los significados institucionales (enseñanza), ya sean pretendidos o implementados, considerando la influencia del entorno y los recursos disponibles.

La idoneidad didáctica permite concretar los conocimientos didáctico-matemáticos en categorías de indicadores específicos para las distintas facetas del proceso de enseñanza-aprendizaje (epistémica, cognitiva, afectiva, instruccional y ecológica), que pueden ser particularizados a la unidad objeto de estudio. Por este motivo, numerosas investigaciones en el campo de la formación de profesores han empleado dicha herramienta para desarrollar su competencia de valoración de los procesos de estudio (BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017; BURGOS; BELTRÁN-PELLICER; GODINO, 2020; ESQUÉ; BREDA, 2021; FONT *et al.*, 2018; GIACOMONE; GODINO; BELTRÁN-PELLICER, 2018; HUMMES; FONT; BREDA, 2019; MORALES-LÓPEZ; ARAYA-ROMÁN, 2020; SECKEL; FONT, 2020).

Este constructo teórico también se ha aplicado para analizar materiales curriculares (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2022a; PINO-FAN *et al.*, 2013; RUZ; MOLINA-PORTILLO; CONTRERAS, 2020). En particular, Castillo, Burgos y Godino (2022a) lo emplean para desarrollar una Guía de Análisis de Lecciones de libros de Texto de Matemáticas (GALT-Matemáticas), como recurso que oriente la reflexión de los docentes en formación o en ejercicio sobre los procesos de instrucción planificados en lecciones de libros de texto de matemáticas.

Los criterios e indicadores de idoneidad didáctica, surgen del consenso de la comunidad



científica sobre lo que se considera óptimo o adecuado para la enseñanza y aprendizaje de un tema concreto (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018). Pueden considerarse como principios en un sistema de referencia, que deben enriquecerse y adaptarse al contenido matemático de interés, en nuestro caso la proporcionalidad (BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017). A continuación, describimos los aspectos más relevantes asumidos por la comunidad académica en relación con la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad que han de considerarse en cada una de las facetas correspondientes.

2.1 Faceta epistémica

Un proceso de estudio tendrá mayor idoneidad epistémica si los significados institucionales pretendidos o implementados representan, adecuadamente, al significado de referencia del objeto matemático que se desea abordar (la proporcionalidad, en nuestro caso). El significado de referencia es relativo al nivel educativo correspondiente y deberá ser elaborado considerando los distintos tipos de problemas y contextos, la diversidad y adecuación de las representaciones, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos que las sustentan (GODINO, 2013).

En la proporcionalidad deberían incluirse *situaciones-problemas* representativas de sus distintos significados: intuitivo-informal (situaciones de comparación cualitativa), geométrico (situaciones de semejanza, escalas), aritmético (situaciones de comparación y de valor faltante) y algebraico (situaciones que empleen el modelo de la función lineal) (AROZA; GODINO; BELTRÁN-PELLICER, 2016; BURGOS; GODINO, 2020). Estos significados deben aparecer articulados y han de establecerse relaciones con los números racionales y las magnitudes (AROZA; GODINO; BELTRÁN-PELLICER, 2016).

El razonamiento proporcional supone la capacidad de establecer relaciones multiplicativas entre dos cantidades y de extender dicha relación a otro par de cantidades, involucra el sentido de covariación y de comparaciones múltiples en términos relativos (LAMON, 2007). Para lograr que los estudiantes desarrollen un adecuado razonamiento proporcional es importante que, en las situaciones que se les propongan, se haga explicita la relación multiplicativa que caracteriza a las magnitudes proporcionales (aquellas que se modelan como y = kx, k constante no nula), se distingan las comparaciones multiplicativas de las aditivas (aquellas que pueden modelarse como y = x + b, con b constante y $b \neq 0$) y se involucre el uso de razones internas (relaciones entre diferentes valores de la misma magnitud)



y externas (entre valores de magnitudes diferentes) (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011; LAMON, 2007; SHIELD; DOLE, 2013).

Las *representaciones* deben permitir identificar y distinguir las relaciones multiplicativas que se establecen *dentro* y *entre* las magnitudes proporcionales (SHIELD; DOLE, 2013). Por otra parte, los *conceptos* fundamentales como razón, tasa, proporción, constante de proporcionalidad y porcentaje, deben presentarse de modo claro, insistiendo en la naturaleza multiplicativa de las comparaciones entre cantidades de magnitudes proporcionales y las ideas de covariación e invarianza en la relación de proporcionalidad (LAMON, 2007).

En cuanto a las *proposiciones*, es necesario que se enuncien y justifiquen las condiciones suficientes y necesarias que permiten distinguir una situación proporcional: *correspondencia biunívoca, monotonía* y presencia de una *constante de proporcionalidad* (FIOL; FORTUNY, 1990). Además, para lograr un significado sólido y unificado de todos estos conceptos y propiedades es conveniente introducir el *modelo* matemático de la *función lineal* (FIOL; FORTUNY, 1990).

2.2 Faceta cognitiva

Un proceso instruccional será más idóneo desde la perspectiva cognitiva, en la medida en que los significados pretendidos o implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, y exista proximidad entre los significados personales logrados y los significados pretendidos o implementados (GODINO, 2013). Por ello, los contenidos deben tener una dificultad manejable para el nivel educativo al que se dirigen, y las situaciones incluidas en la propuesta instruccional han de contemplar distintos niveles de complejidad. También, se deben considerar las posibles dificultades que pueden presentar los alumnos al resolver las diferentes situaciones. Esto supone tener en cuenta tanto los factores que influyen en la dificultad de las tareas en este tema, por ejemplo, la naturaleza de los números, la relación de divisibilidad entre los términos o el orden de los datos en el problemas (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011; SILVESTRE; PONTE, 2011; VAN DOOREN *et al.*, 2008), como aquellos errores frecuentes en el razonamiento proporcional, como la ilusión de linealidad – aplicar procedimientos lineales en la resolución de problemas no lineales (VAN DOOREN *et al.*, 2008) –, uso de estrategias aditivas erróneas o realizar operaciones al azar (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011; VAN DOOREN *et al.*, 2008).

Además, promover el acceso de todos los estudiantes a estos contenidos, requiere emplear y desarrollar diversas estrategias de resolución para las situaciones-problemas de



proporcionalidad, tales como estrategias de construcción progresiva, aditivas, multiplicativas, uso de la razón unitaria, regla de tres etc. (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011; SILVESTRE; PONTE, 2011).

2.3 Faceta afectiva

Un alto grado de idoneidad en el aspecto afectivo requiere la selección de situaciones que respondan a los intereses y motivaciones de los alumnos y que permitan valorar la utilidad de la proporcionalidad, así como promover actitudes de perseverancia y responsabilidad hacia las matemáticas (GODINO, 2013; AROZA; GODINO; BELTRÁN-PELLICER, 2016).

2.4 Faceta instruccional (interaccional-mediacional)

El término instruccional se emplea para hacer referencia a aspectos interaccionales y mediacionales en su conjunto. Cuando un docente planifica un proceso de instrucción, debe tomar como punto de partida lo que los expertos consideran que son las prácticas inherentes al objeto que se desea enseñar (significado institucional de referencia) para, después, tomar decisiones y seleccionar aquello que propondrá a sus alumnos para estudiar el contenido de interés (significado institucional pretendido).

Se trata de identificar conflictos en la interacción comunicativa y favorecer la autonomía de los alumnos, teniendo en cuenta la disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales (GODINO, 2013). Desde la investigación se recomienda iniciar el estudio de la proporcionalidad con experiencias intuitivas correspondientes a una aproximación cualitativa de la proporcionalidad (actividades de estimación), para, después, buscar el progreso desde el pensamiento aditivo (pre-proporcional) al multiplicativo (proporcional) (FERNÁNDEZ; LINARES, 2011). Además, se recomienda no introducir el procedimiento de la regla de tres hasta que los alumnos hayan adquirido suficiente experiencia en el tema (SHIELD; DOLE, 2013). El modelo la función lineal debe emplearse para contextualizar la relación de proporcionalidad, y es recomendable incorporar en la propuesta materiales manipulativos como el escalímetro, el pantógrafo, el compás de proporción.

2.5 Faceta ecológica

La idoneidad ecológica hace referencia al grado en que la acción formativa es adecuada



dentro del entorno en que se implementa y se adapta a la formación socio-profesional (GODINO, 2013). Esto supone que los contenidos y su desarrollo se correspondan con las directrices curriculares, y que aparezcan relacionados con otros contenidos disciplinares (física, química, biología etc). En este sentido, la presencia de la proporcionalidad en el currículo español es tanto longitudinal como transversal (MECD, 2014). Así, en el caso de la educación primaria dentro del bloque de Números, se contemplan el estudio de porcentajes y proporcionalidad directa, la regla de tres, leyes del doble, triple, mitad y sus aplicaciones en la vida cotidiana. En Expresión Artística, se incluye la proporción como medida de equilibrio orden y estética.

3 Problema de investigación

En este trabajo, informamos de los resultados de la evaluación de una intervención con estudiantes para maestro (en adelante EPM) en la que se propone la idoneidad didáctica como herramienta para reflexionar sobre la adecuación del proceso de estudio planificado en una lección de libro de texto de proporcionalidad. Se pretende responder a las siguientes cuestiones:

¿Qué tipo de reflexiones realizan los EPM al valorar la idoneidad didáctica de una lección de libro de texto sobre proporcionalidad?

¿Cómo creen los EPM que debe utilizarse el texto analizado?

¿Qué cambios proponen los EPM para incrementar la idoneidad didáctica del proceso instruccional pautado por los autores del texto?

En la siguiente sección describimos el diseño de la acción formativa y el proceso de análisis de los informes entregados por los participantes.

4 Metodología

La metodología de este trabajo es de tipo cualitativo, en tanto se desarrolla un análisis sistemático de datos cuya interpretación permite explicar fenómenos sociales, como el de una experiencia educativa (STRAUSS; CORBIN, 1990).

La intervención formativa cuyos resultados describimos en este artículo, se llevó a cabo en un grupo de 61 estudiantes de tercer curso del Grado de Educación Primaria durante el año lectivo 2019-2020, en la asignatura Diseño y Desarrollo del Currículum de Matemáticas en Primaria, en la Universidad de Granada (España). En dicha asignatura se contempla el uso y



análisis del libro de texto como recurso en el aula de matemáticas, así como la evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje. La herramienta teórica de la *idoneidad didáctica* forma parte del contenido de dicha materia, como pauta para organizar la reflexión sobre la práctica docente, en particular, para ser aplicada al análisis y valoración de unidades didácticas o lecciones de libros de texto.

La primera sesión, de dos horas de duración, tuvo un carácter formativo. Se presentó la teoría de la idoneidad didáctica, poniendo el énfasis en la necesidad de contar con un sistema de componentes e indicadores empíricos generales, que actúen a modo de rúbrica cuando se analiza un proceso de estudio previsto o implementado en la práctica profesional docente. A continuación, se desarrollaron dos sesiones de trabajo colaborativo destinadas al análisis de la lección de libro de texto de González *et al.* (2015) de 6° curso de primaria, en la que se consideran tres configuraciones o unidades: magnitudes proporcionales, reducción a la unidad y regla de tres, escalas y mapas.

Para el análisis de dicha lección, se les facilitó a los EPM una guía con indicadores explícitos sobre el tema de proporcionalidad (GALT-proporcionalidad) en cada una de las facetas (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2022a), la cual es una adaptación de la GALT-Matemáticas (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2022b). Como resultado del análisis, los EPM debían responder a las siguientes cuestiones:

- 1. Teniendo en cuenta lo que habéis observado elaborad un juicio razonado sobre la idoneidad didáctica de la lección en cada una de las facetas: epistémica, cognitiva, afectiva, instruccional y ecológica.
- 2. ¿Cómo creéis que se debe gestionar el uso del texto para incrementar la idoneidad del proceso de estudio?
- 3. ¿Qué cambios introduciríais en el proceso de enseñanza y aprendizaje para resolver los conflictos que habéis identificado y mejorar el proceso de estudio planteado en la lección del libro de texto?

El decreto de suspensión de clases presenciales por la pandemia COVID-19, obligó a que después de la primera sesión de trabajo colaborativo presencial, la siguiente sesión tuviera que realizarse de manera virtual. Durante este tiempo, los estudiantes podían preguntar sus dudas por medio de *Google Meet* o la plataforma virtual de *Moodle*, y debían entregar los informes de trabajo por dicho medio. Se dispone de los informes sobre el análisis de la lección de libro de texto producidos por trece equipos de estudiantes (formados por cuatro o cinco estudiantes).



Antes de proceder al análisis de los informes, las investigadoras examinaron, de forma independiente, la lección de libro de texto (se contó, además, con un colaborador externo) siguiendo los criterios e indicadores en las facetas epistémica, cognitivo, afectiva, instruccional y ecológica de Godino (2013) particularizados al caso de lecciones de libros de texto de proporcionalidad. Después, compararon sus análisis y consensuaron una valoración común.

A continuación, se aplicó la técnica de análisis de contenido (COHEN; MANION; MORRISON, 2011) para examinar los protocolos de respuesta de los EPM que intervinieron en la experiencia formativa, buscando en sus respuestas a las preguntas 1 y 3, fragmentos de descripción que referenciaran algún indicador para las distintas componentes de la idoneidad didáctica. El contraste con el análisis, *a priori*, permitió determinar el grado de pertinencia de sus valoraciones sobre la idoneidad en cada faceta. Finalmente, para analizar los modos de uso (respuestas a la pregunta 2), se utilizó el *software* gratuito *nubesdepalabras.es* para crear una nube semántica, que permite visualizar de modo gráfico las principales palabras empleadas por los EPM en sus informes. En dichas nubes los tamaños de las letras son proporcionales a la importancia numérica, es decir, la frecuencia de cada palabra o término introducido.

5 Análisis y resultados

En este apartado presentamos, en primer lugar, los resultados del análisis de los protocolos de respuestas entregados por los EPM cuando se les pidió elaborar un juicio razonado sobre la idoneidad didáctica de la lección de libro de texto en las diferentes facetas. Después, analizamos sus respuestas en relación al modo de uso de la lección y los cambios que llevarían a cabo para incrementar la idoneidad del proceso instruccional.

5.1 Tipo de reflexiones de los EPM al valorar la idoneidad didáctica de la lección

Como parte de la reflexión, el análisis de la idoneidad didáctica de la lección lleva a identificar los conflictos de tipo *epistémico* (disparidad entre el significado institucional de referencia y el implementado en la lección de libro de texto), *cognitivo* (discordancia entre el significado manifestado por un sujeto y el pretendido en la lección) e *instruccional* (resultado de desajustes en los modos de interacción o el uso de recursos). En la Tabla 1 se muestran los aspectos generales (características positivas y fundamentalmente conflictos) que los EPM han tenido en cuenta de modo correcto al realizar esta reflexión y la frecuencia de equipos (FC) que lo han mencionado según cada faceta.



Tabla 1 – Reflexiones correctas de los EPM sobre la idoneidad didáctica de la lección

Consideraciones incluidas en la valoración razonada sobre la idoneidad	FC	
Epistémica		
Hay situaciones de introducción y aplicación.	8	
No hay variedad de problemas de aplicación, son repetitivos y mecánicos.	11	
Faltan situaciones que permitan distinguir comparaciones aditivas y multiplicativas.	3	
No se fomenta la creación de problemas por parte del alumno, sólo su resolución.		
Representaciones poco diversas (tabulares y simbólicas en su mayoría) no se analiza su pertinencia.		
Se emplea un <i>lenguaje</i> sencillo y adaptado al nivel educativo.		
En las <i>representaciones</i> no se distinguen relaciones multiplicativas entre y dentro las cantidades.		
Los conceptos no se presentan claramente, se limitan a ejemplos particulares, y no se define covariación,	12	
invariancia, escala, tabla de proporcionalidad, constante de proporcionalidad.		
Las descripciones de procedimientos son mecánicas, sin explicar el porqué de estos, no se argumenta.	11	
No se pide al alumno justificar la respuesta de las situaciones, sólo resolverlos.	13	
No se establecen proposiciones suficientes para distinguir si una situación es proporcional.	3	
No se promueven los procesos de comunicación, modelización o generalización.	3	
Cognitiva		
No se abordan los conocimientos previos (conversiones entre unidades de medidas)	12	
No hay actividades de ampliación y refuerzo.	5	
No se promueve el logro y apoyo de todos los alumnos.	6	
No se advierte de errores o dificultades.	9	
Afectiva		
No se fomenta lo suficiente las actitudes positivas hacia las matemáticas.	4	
No existe un tratamiento adecuado de las emociones.	7	
Las situaciones-problemas reflejan la utilidad diaria de las matemáticas.	4	
Instruccional		
El modelo instruccional primero ejemplos, luego ejercicios prioriza la comprensión procedimental de	7	
modo mecánico y no la presentación clara de la teoría.		
No se promueve el uso de recursos argumentativos para captar la atención.	4	
Existen pocas tareas para trabajar en parejas que no dan lugar a debate o diálogo.	9	
La autonomía no se promueve lo suficiente, no se motiva a investigar, explorar o conjeturar, las tareas	9	
son de reproducción.		
La secuenciación no es adecuada.	4	
No hay diversidad de recursos materiales.	6	
Ecológica		
No hay innovación en cuanto a investigación y práctica reflexiva.	3	
Buena adaptación al ámbito socio-profesional, hay problemas contextualizados.	4	
Hay conexiones interdisciplinares y con temas como el consumo y la tecnología.	4	

Fuente: elaboración propia

Como se aprecia en la Tabla1, la mayoría de equipos mencionan la presencia de las situaciones-problemas que utilizan los autores del libro para introducir cada apartado y para aplicar los contenidos previamente abordados como un aspecto positivo de la lección. Por ejemplo, señalan que

Hay problemas resueltos a modo de ejemplo a seguir para que así el alumnado pueda guiarse sobre la resolución de las actividades planteadas (Aserción de E5, 2020);

Refiriéndose a situaciones como las de la Figura 1, que emplean los autores para introducir el tema de magnitudes proporcionales.



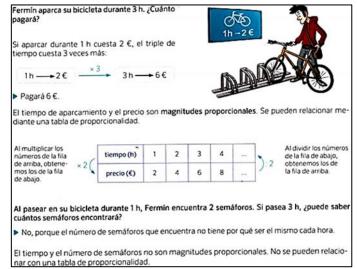


Figura 1 – Situaciones introductorias sobre magnitudes proporcionales Fuente: Gónzalez *et al.* (2015, p. 116)

Estos equipos también refieren a las situaciones de aplicación. Por ejemplo:

Se incluyen situaciones para aplicar el concepto de magnitudes directamente proporcionales, así como procedimientos de reducción a la unidad y regla de tres (Aserción de E11, 2020).

Once equipos reflexionan sobre la variedad de estas situaciones indicando que hay:

Problemas muy repetitivos y mecánicos, que no generan un nivel adecuado de pensamiento matemático por parte del alumno (Aserción de E7, 2020).

Estas apreciaciones son correctas, dado que la mayoría de las situaciones son de valor faltante, dejando de lado otro tipo, importante para el desarrollo de un adecuado razonamiento proporcional, como pueden ser las de comparación. Con respecto a las oportunidades para que el alumno formule problemas, sólo dos tareas lo permiten, aspecto que ha sido considerado por la mayoría de los equipos (ocho).

Gran parte de los equipos (nueve) razonan sobre el tipo y adecuación de las representaciones matemáticas que se emplean en el texto. Por ejemplo:

Las representaciones y tipos de expresión usadas son tabular, simbólico numérica y de magnitudes de proporcionalidad. En general no se analiza pertinencia o potencialidad de utilizar alguna expresión. (Aserción de E12, 2020).

Efectivamente, como han señalado los EPM, la lección se limita al manejo, construcción y lectura de tablas de valores y las únicas representaciones gráficas o manipulativas se consideran al abordar el tema de escalas. Por otro lado, la mayoría de EPM (Tabla 1) consideran, pertinentemente, que en la lección no se abordan con claridad los conceptos matemáticos, una de las críticas que hacen es que

No se mencionan algunos conceptos nuevos para el alumnado (por ejemplo, tabla de proporcionalidad, constante de proporcionalidad, etc.), pero sí se pide al alumnado que trabaje con los mismos (Aserción de E7, 2020).



Como puede verse en la Figura 1, no se llegan a definir dichos conceptos ni se ofrece una definición genérica para las magnitudes proporcionales. Estos factores pueden generar conflictos relacionados a la

Falta de comprensión, funcionalidad y desarrollo de conceptos en el alumnado (Aserción de E12, 2020).

Además de lo anterior, el análisis a priori permitió percibir que las definiciones suelen particularizarse a casos específicos de magnitudes y escalas. Como ejemplo puede verse la Figura 2, correspondiente a la configuración sobre escalas, donde dicho concepto sólo se define para el caso 1:500000.

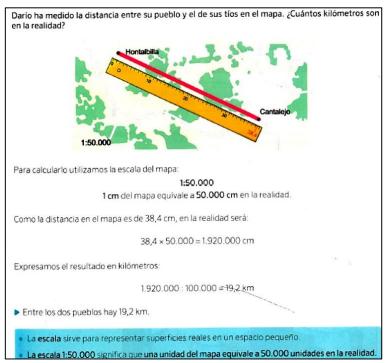


Figura 2 – Situación inicial sobre escala Fuente: Gónzalez *et al.* (2015, p. 118)

El análisis, *a priori*, permitió también concluir la carencia de argumentación y justificación de los enunciados y procedimientos. Por ejemplo, al introducir los métodos de reducción a la unidad y regla de tres (ver Figura 3) no se justifica, explícitamente, que estos sólo se pueden aplicar cuando las magnitudes involucradas son proporcionales. Tampoco se explica por qué se multiplica en cruz para resolver la ecuación proporcional que aparece en la regla de tres.



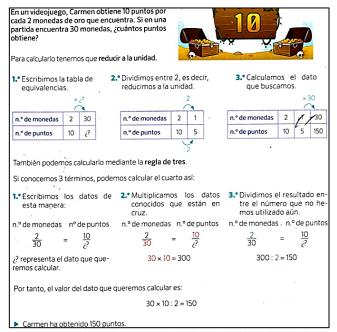


Figura 3 – Situación para introducir métodos de reducción a la unidad y regla de tres Fuente: Gónzalez *et al.* (2015, p. 120)

Esta debilidad de la lección ha sido identificada por la mayoría de los participantes (once equipos) donde, además, todos los participantes indican que no se promueve que el alumno argumente en las situaciones propuestas.

Sólo tres equipos en cada caso (Tabla 1) identificaron que ninguna de las situaciones de la lección permite diferenciar entre comparaciones aditivas y multiplicativas, que las representaciones no se usan para identificar relaciones entre y dentro de las magnitudes y que no se establecen las condiciones que deben cumplir dos magnitudes para ser proporcionales. Por ejemplo:

La mayoría son representaciones tabulares (tablas) para situaciones que se proponen, pero estas representaciones no promueven las relaciones multiplicativas entre magnitudes ni dentro de ellas (Aserción de E3, 2020).

En efecto, como puede verse en la Figura 1, la representación tabular sólo enfatiza la relación multiplicativa entre las cantidades de magnitudes *tiempo* y *precio*; sin embargo, no se incluye la relación multiplicativa dentro de las cantidades de magnitudes (tiempo-tiempo o bien precio-precio). Dichos aspectos son considerados relevantes para que los alumnos comprendan el verdadero significado de la relación de proporcionalidad (LAMON, 2007; SHIELD; DOLE, 2013) y para fomentar estrategias de pensamiento que ayuden a comprender la estructura multiplicativa de las situaciones proporcionales (VERGNAUD, 1983).

El análisis de las reflexiones de los EPM en relación a la idoneidad cognitiva de la lección, pone de manifiesto que la mayoría de los equipos hace una correcta valoración en relación a la poca atención de conocimientos previos. En concreto, señalan la falta de atención



a los sistemas de unidades de medidas y conversiones en el tema de escalas:

Concretando en el tema de escalas y mapas podemos observar que se plantean ciertos conceptos en base a afirmaciones que pueden ser complejas para el alumnado si no saben interpretarlas y previamente no las han adquirido (escalas, medidas, distancias) (Aserción de E12, 2020).

Además, seis equipos reconocen la falta de flexibilidad que permita considerar las diferencias individuales en los alumnos, por ejemplo:

Ya que se promueven estrategias de resolución de ejercicios de manera automática, tampoco se fomenta el resolver un ejercicio mediante métodos variados (Aserción de E11, 2020).

Por otro lado, la mayoría de EPM opinan que no se presta suficiente atención a los errores y dificultades.

En el aspecto afectivo, cuatro equipos hacen observaciones relacionadas a la poca atención de las actitudes:

No se promueve una participación activa del alumno (Aserción de E3, 2020).

También, destacan que no se promueve lo suficiente la flexibilidad para explorar ideas matemáticas y métodos alternativos en la resolución de problemas. La mayoría de los equipos de EPM han identificado la poca atención a los intereses y emociones, señalando que no se promueve que el alumno pueda expresar sus emociones y que no existe gran variedad de elementos motivadores, o bien que:

No se fomentan los razonamientos lógicos, ideas originales, trabajo útil, práctico o realista (Aserción de E3, 2020).

En cuanto al aspecto instruccional, nueve equipos consideran como E10 que la lección:

Flaquea en los indicadores que apuestan para hacer proyectos e investigaciones que serían óptimas para integrar de manera significativa y no mecánica (Aserción de E10, 2020).

Por lo que:

La autonomía y la deducción del alumno se vuelve nula en casi todos los procesos resolutivos (Aserción de E12, 2020).

También, siete equipos han reflexionado sobre el nivel de adecuación de la lección en cuanto a la correcta interacción autor-alumno. Por ejemplo, algunos equipos consideran que la lección:

No se corresponde con lo que se pide a nivel instruccional que es la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas (Aserción de E3, 2020).

[...] dando una mayor importancia a procedimientos sistemáticos y a su vez rutinarios (Aserción de E11, 2020).

En esta misma línea, nueve equipos mencionan que la interacción entre alumnos no se promueve lo suficiente ya que:



El autor no realiza propuestas grupales en ninguna de las actividades de las tres configuraciones. No se propone en ninguna de las actividades del libro un debate o diálogo (Aserción de E12, 2020).

Las reflexiones consideradas por los EPM en cuanto a la idoneidad mediacional mencionan que:

La secuenciación que se usa no es adecuada omitiendo ideas previas, relación con otros contenidos ni tampoco se retrasa la introducción de otros contenidos hasta que el alumnado no tenga afianzados los previos (Aserción de E3, 2020).

[...] se dedica más tiempo a la realización de tareas posteriores que a una buena explicación de la lección sobre la cual tratarán las actividades posteriores (Aserción de E10, 2020).

También, hacen observaciones pertinentes en cuanto a la poca diversidad de los recursos materiales. Finalmente, en el aspecto ecológico, sólo tres equipos hacen una crítica adecuada en relación con la poca apertura a la innovación.

Sin embargo, no todas las apreciaciones identificadas en los juicios de los EPM sobre la idoneidad didáctica de la lección son pertinentes, y diez equipos han realizado alguna apreciación incorrecta al valorar la idoneidad didáctica de la lección, siendo la facetas epistémica y cognitiva las más críticas. Así, tres equipos han considerado de modo erróneo que la lección incluye situaciones para aplicar las magnitudes inversamente proporcionales, lo que parece deberse a que los EPM confunden los conceptos de magnitudes *no* proporcionales y magnitudes *inversamente* proporcionales.

También, tres equipos consideran que se incluyen situaciones de cálculo mental en aquellas tareas que no precisan de escribir las operaciones para resolver el problema. Otros tres equipos afirman que se promueve la comunicación, modelización o la generalización. Por ejemplo, la siguiente afirmación:

Los problemas, sobre todo, se plantea un modelo el cual se debe seguir (Aserción de E12, 2020).

En este caso, parece que los EPM asocian la regulación de pasos que propone el autor como el uso del modelo de la función lineal.

En cuanto al aspecto cognitivo, la mayoría de equipos (ocho) creen que las situaciones tienen un nivel de dificultad similar, y la dificultad es adecuada, lo que sugiere que los EPM no han identificado correctamente los factores que permiten referirse a los niveles de dificultad de las tareas según la literatura, como pueden ser la relación entre los números, posición del valor faltante, cantidades discretas o continuas, ni tampoco han considerado estos para referirse a los niveles de dificultad de las situaciones (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011).

Respecto a la idoneidad instruccional, las apreciaciones que consideramos incorrectas tienen que ver con la interacción entre alumnos y alumnos con el profesor o con la adecuación



al currículum. Por ejemplo, tres equipos consideran que:

Una correcta interacción entre alumnos y de los alumnos con el profesor mediante diferentes ejercicios que fomentan la puesta en común y la explicación de manera argumentada (Aserción de E6, 2020).

Sin embargo, en el análisis de la lección no se observan situaciones-problemas donde el alumno pueda argumentar sus respuestas, y tampoco espacio para la interacción entre alumnos. Finalmente, cuatro equipos manifiestan que la lección se adapta correctamente a las directrices curriculares. Para realizar esta afirmación se centran en la descripción de los contenidos, pero omiten criterios de evaluación como, por ejemplo, el relativo a la explicación oral y por escrito del significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas (MECD, 2014).

5.2 Modos de uso y cambios que proponen los EPM

Después de analizar la adecuación de la lección, los EPM debían reflexionar sobre la gestión de uso del texto y proponer cambios en el mismo para incrementar la idoneidad didáctica del proceso de estudio de la proporcionalidad por medio de este recurso.

Respecto a la gestión de uso del libro de texto analizado, como se aprecia en la nube de palabras (Figura 4), la mayoría de los participantes han considerado que el libro texto debe servir como una *ayuda* para el docente siendo este uno de los muchos *recursos* posibles. La mayor parte de los equipos indican que pueden utilizarse los apartados de *problemas* (siete equipos) y ejemplos para explicar los contenidos. Además, consideran de vital importancia la labor del *docente* encargado de llevar a cabo *cambios* y *reforzar* el contenido del texto, tomando en cuenta las carencias detectadas y contemplando las necesidades de los *alumnos*. Por ejemplo:

Tras la revisión de los contenidos del libro de texto y observar que no es completo y que en ciertos casos puede llevar a la confusión, no podemos basarnos en la enseñanza-aprendizaje con un uso único del libro de texto. Este tiene que servirnos de ayuda, pero tenemos que ir más allá... podemos usar los ejemplos y ejercicios que aporta el libro de texto (Aserción de E2, 2020).



Figura 4 – Nube de palabras sobre el modo de uso del texto analizado Fuente: elaboración propia

En la Tabla 2 se muestran los cambios que proponen de modo específico para cada faceta.

Tabla 2 – Propuesta de adaptaciones según facetas

8	
Cambio sugerido según faceta	FC
Epistémica	12
Plantear otros <i>problemas</i> y ejemplos.	9
Incluir situaciones que permitan usar diferentes representaciones.	2
Incorporar una explicación más adecuada de conceptos.	4
Fomentar que el alumno plantee definiciones con sus propias palabras.	3
Incluir situaciones que incentiven la <i>argumentación</i> y justificación.	5
Introducir actividades que permitan ver las <i>relaciones</i> con los enfoques del tema.	2
Cognitiva	11
Recordar conocimientos previos de manera resumida.	8
Incluir situaciones de <i>ampliación y refuerzo</i> .	2
Añadir actividades de evaluación y autoevaluación.	3
Advertir de errores, y atender dificultades.	3
Proponer situaciones con diferentes niveles de dificultad.	2
Afectiva	3
Considerar situaciones cotidianas y lúdicas, que fomenten la atención e interés.	3
Instruccional	8
Incluir actividades de debate e investigación en grupos, trabajo en equipo.	4
Plantear ejercicios para fomentar la autonomía.	3
Promover el uso de diversos materiales.	5
Incluir situaciones que permitan contextualizar los contenidos.	3
Adaptar la secuenciación de los contenidos	3
Ecológica	2
Plantear nuevas formas de trabajo que fomenten el pensamiento crítico.	2

Fuente: Elaboración propia

En general, consideramos adecuadas todas las observaciones que han realizado en relación con posibles modificaciones y modos de uso de la lección. Como se observa en la Tabla 2, la mayoría de los equipos indica que se deben incorporar más ejemplos y problemas. Sin embargo, no especifican cuáles podrían ser; sólo E4 indica que se debería



[...] incluir una actividad en la que el niño tenga que clasificar pares de cantidades en proporcionales o no proporcionales (Aserción de E4, 2020).

Otros cinco equipos demandan la necesidad de fomentar la argumentación y justificación:

Se le debería de explicar al alumno el porqué de un proceso y no darle solo la solución para obtener el resultado final (Aserción de E9, 2020).

Sin embargo, en el aspecto epistémico, son necesarios otros cambios que apenas han mencionado los equipos. Así, por ejemplo, pocos EPM proponen incluir definiciones más adecuadas y precisas de los conceptos fundamentales, como por ejemplo E6 al afirmar que

Sería conveniente una introducción al concepto de magnitudes proporcionales (Aserción de E6, 2020).

También, de manera mayoritaria, reconocen que hace falta atender los conocimientos previos de la lección, especialmente en lo relativo al tema de escalas, donde mencionan la necesidad de recordar y conectar con la conversión de unidades de medida. Los cambios propuestos son minoritarios en las facetas afectiva y ecológica y en el aspecto instruccional se considera, fundamentalmente, la necesidad de añadir actividades para trabajar en equipo (aspecto interaccional) y de diversos recursos materiales.

[...] incluir material ilustrativo como dibujos, tablas, fotografías, planos para hacer más dinámica la exposición del texto (Aserción de E1, 2020).

Las referencias a la secuenciación de los contenidos son escasas. En este sentido, tenemos la afirmación:

Cambiaríamos el orden de los mismos ya que normalmente los ejercicios más complejos y para los que se necesita más atención se encuentran en el final y normalmente el alumno está más cansado y pierde más fácil la concentración; por ello los ejercicios de reflexión los adelantaríamos sin excedernos (Aserción de E10, 2020).

El análisis de las respuestas a la pregunta 3, y la comparación de estas con las reflexiones que han elaborado los EPM sobre la idoneidad didáctica y la identificación de conflictos (Tabla 1) nos permite concluir que existen varios aspectos que, aunque fueron identificados como debilidades de la lección en las distintas facetas, finalmente no se han tenido en cuenta para proponer cambios (Tabla 2). Se observa así que los EPM han tenido en cuenta sólo de manera parcial los aspectos identificados previamente en la valoración de la idoneidad didáctica a la hora de responder a la pregunta 3 sobre propuestas de mejora, centrándose, fundamentalmente, en la necesidad de incluir una mayor variedad de situaciones-problemas (en lo epistémico) y recordar los conocimientos previos necesarios (en lo cognitivo).



6 Conclusiones

En este artículo se ha descrito el diseño, implementación y resultados de una acción formativa en la que se ha proporcionado a EPM una herramienta teórica y metodológica (la GALT-Proporcionalidad) (CASTILLO; BURGOS; GODINO, 2022b) que permite guiar la reflexión sobre la idoneidad didáctica de una lección de libro de texto en el tema de proporcionalidad, y la toma de decisiones sobre el uso de la misma como un recurso educativo en el aula. Constituye una contribución al campo de investigaciones que tienen por objeto avanzar en la comprensión del conocimiento activado por los profesores cuando usan recursos educativos (REMILLARD; KIM, 2017). Este tipo de acciones formativas orientadas hacia el conocimiento y las competencias didácticas, ponen de manifiesto la importancia que tiene el contenido a la hora de usar y desarrollar, de manera pertinente, las matemáticas necesarias para su enseñanza.

En base a los resultados de esta experiencia ha sido posible deficiencias en el conocimiento didáctico-matemático de los EPM sobre el razonamiento proporcional, coincidiendo con estudios que reportan dificultades de profesores en formación y en servicio para enseñar conceptos relacionados con la proporcionalidad (BEN-CHAIM; KERET; ILANY, 2012; BERK *et al.*, 2009; BUFORN; LLINARES; FERNÁNDEZ, 2018).

Así, en el aspecto epistémico, los EPM no reconocieron conflictos importantes en la lección que habían sido observados por el equipo investigador en el análisis *a priori*. Entre estas, la poca claridad que existe en el texto sobre las condiciones suficientes y necesarias para determinar cuándo una situación es de proporcionalidad directa, así como la inexistencia de oportunidades para que el alumno diferencie las comparaciones aditivas y multiplicativas (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011; VAN DOOREN *et al.*, 2008). Dado que estas suelen caracterizar a los textos escolares y pueden obstaculizar el desarrollo adecuado del razonamiento proporcional (AHL, 2016; BURGOS *et al.*, 2020; SHIELD; DOLE, 2013) consideramos relevante darlas a conocer y prever estrategias para llamar la atención de los EPM sobre las mismas en futuras intervenciones.

Los EPM han tenido, también, dificultades al reflexionar de modo correcto sobre la identificación de los factores que permiten argumentar sobre el nivel de dificultad de las situaciones que se proponen en el texto, así como considerar con cuidado las directrices curriculares que han de atenderse. Por ello, en futuras intervenciones y dado su importancia (REMILLARD; KIM, 2017) han de tenerse en cuenta estas limitaciones, insistiendo en los factores que, desde el punto de vista matemático y didáctico, influyen sobre la complejidad de



tareas de proporcionalidad (FERNÁNDEZ; LLINARES, 2011; SILVESTRE; PONTE, 2011; VAN DOOREN *et al.*, 2008) y observando el carácter diverso e imbricado del currículo más allá de la mera descripción de contenidos.

Respecto a la reflexión sobre el modo de uso del texto, todos los EPM han reconocido la importancia de analizar los recursos disponibles, tomar en cuenta el contexto para hacer adaptaciones pertinentes y utilizar de manera diversa los materiales. Los participantes han puesto de manifiesto habilidades en relación a lo que Shawer (2017) llama ser *desarrolladores del curriculum*. Así, en las propuestas de cambio específicas que plantean, señalan contenidos que creen carencias importantes en la lección del libro de texto, sugieren alterar el orden de los contenidos de la misma, proponen complementar los ejercicios propuestos con otras situaciones-problemas más diversas, incluir recordatorios de conocimientos previos a modo de resumen etc. Aunque, no han sido lo suficientemente específicos en la propuesta de ejemplos concretos de tareas o contenidos que han de considerarse, estas son acciones propias de un docente que reflexiona sobre el uso de los materiales curriculares.

No obstante, la influencia de la valoración de la idoneidad didáctica y la identificación de conflictos fue limitada a la hora de hacer propuestas sobre la gestión del texto en el aula, fundamentalmente en los aspectos cognitivo e instruccional. Estos resultados coinciden con investigaciones previas donde se reporta que, a pesar de mostrar una visión completa y equilibrada sobre la adecuación de un proceso instruccional, los profesores suelen dar mayor énfasis a aspectos epistémicos a la hora de sugerir cambios (ESQUÉ; BREDA, 2021) o que los profesores tienden a hacer una descripción general de lo observado y considerar escasamente elementos de análisis al proponer mejoras de los procesos instruccionales analizados (BEYER; DAVIS, 2012; MORALES-LOPÉZ; ARAYA-ROLDÁN, 2020).

En consecuencia, reconocemos que, en una posterior implementación, se puede fortalecer el diseño de la experiencia incluyendo tareas que permitan a los docentes reflexionar, de manera más profunda y concreta, en la gestión de uso del libro y en la propuesta de cambios específicos para subsanar los conflictos detectados. Para esto, conviene solicitarles que tras la detección de un conflicto den una solución concreta a este, ya que el análisis de las respuestas de los participantes refleja que los cambios que proponen suelen ser muy generales. También sería conveniente reflexionar sobre propuestas de mejoras en otras facetas, como la afectiva e instruccional, que han sido escasamente consideradas.

Esperamos que este estudio sirva a los formadores de maestros para comprender la complejidad de las competencias y conocimientos que han de activarse al trabajar con diversos recursos educativos, así como la importancia de la práctica reflexiva como herramienta para



mejorar el trabajo docente (MORALES-LOPÉZ; ARAYA-ROLDÁN, 2020).

Agradecimientos

Investigación realizada en el marco del proyecto de investigación, PID2019-105601GB-I00 / AEI / 10.13039/501100011033 (Ministerio de Ciencia e innovación), con el apoyo del Grupo de Investigación FQM-126 (Junta de Andalucía, España). El primer autor agradece el apoyo financiero de la Universidad de Costa Rica para la obtención de una beca en el extranjero.

Referencias

AHL, L. M. Research findings' impact on the representation of proportional reasoning in Swedish Mathematics textbooks. **REDIMAT**, Barcelona, v. 5, n. 2, p. 180-204, 2016.

ANELE. **El libro educativo en España – Curso 2020-2021.** Disponible en: https://anele.org/wpcontent/uploads/2020/09/200911TXT-ANELE-La-edicion-educativa-20-21.pdf. Acceso: 11 set. 2020.

AROZA, C. J.; GODINO, J. D.; BELTRÁN-PELLICER, P. Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. **AIRES**, Granada, v. 6, n. 1, p. 1-29, 2016.

BEN-CHAIM, D.; KERET, Y.; ILANY, B. S. **Ratio and proportion**: Research and teaching in mathematics teachers' education. Rotterdam: Sense Publisher, 2012.

BERK, D.; TABER, S. B.; GOROWARA, C. C.; POETZL, C. Developing prospective elementary teachers' flexibility in the domain of proportional reasoning. **Mathematical Thinking and Learning**, London, v. 11, n. 3, p. 113-135, 2009.

BEYER, C. J.; DAVIS, E. A. Learning to critique and adapt science curriculum materials: Examining the development of preservice elementary teachers' pedagogical content knowledge. **Science Education**, v. 96, n.1, p. 130-157, 2012.

BRAGA, G.; BELVER, J. El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. **Revista Complutense de Educación**, Madrid, v. 27, n. 1, p. 199-218, oct. 2016.

BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.

BREDA, A.; PINO-FAN, L.; FONT, V. Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for the reflection and assessment on teaching practice. **EURASIA - Journal of Mathematics Science and Technology Education**, London, v. 13, n. 6, p. 1893-1918, 2017.

BUFORN, A.; LLINARES, S; FERNÁNDEZ, C. Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción. **Revista Mexicana de Investigación Educativa**, Ciudad de México, v. 23, p. 229-251, 2018.

BURGOS, M.; BELTRÁN-PELLICER, P.; GODINO, J. D. Desarrollo de la competencia de análisis



de idoneidad didáctica de vídeos educativos de matemáticas en futuros maestros de educación primaria. **Revista Española de Pedagogía**, Madrid, v. 78, n. 275, p. 27-45, 2020.

BURGOS, M.; CASTILLO, M. J.; BELTRÁN-PELLICER, P.; GIACOMONE, B.; GODINO, J. D. Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro: UNESP, v. 34, n.66, p. 40-68, abr. 2020.

BURGOS, M.; GODINO, J. D. Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, Barcelona, n. 18, p. 1-20, 2020.

CARRILLO-YAÑEZ, J.; CLIMENT, N.; MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; FLORES-MEDRANO, E.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; VASCO, D.; ROJAS, N.; FLORES, P.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; RIBEIRO, M.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, Londres, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018. DOI: 10.1080/14794802.2018.1479981.

CASTILLO, M. J.; BURGOS, M.; GODINO, J. D. Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la idoneidad didáctica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, (en prensa), 2022a.

CASTILLO, M. J.; BURGOS, M.; GODINO, J. D. Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. **UNICIENCIA**, Heredia, v. 36, n. 1, p. 1-21, 2022b. Doi: 10.15359/ru.36-1.14

CHAPMAN, O. Overall commentary: understanding and changing mathematics teachers. *In:* LO, J. J.; LEATHAM, K. R.; VAN ZOEST, L. R. (ed.). **Research Trends in Mathematics Teacher Education**. Dordrecht: Springer International Publishing, 2014. p. 295-309.

COHEN, L.; MANION, L.; MORRISON, K. Research methods in education. Londres: Routledge, 2011.

DYER, E. B.; SHERIN, M. G. Instructional reasoning about interpretations of student thinking that supports responsive teaching in secondary mathematics. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, n. 1, p. 69-82, 2016. DOI: 10.1007/s11858-015-0740-1

ESQUÉ, D.; BREDA, A. Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. **Unic**iencia, Heredia, v. 35, n.1, p. 38-54, 2021. DOI: 10.15359/ru.35-1.3

FERNÁNDEZ, C.; LLINARES, S. De la estructura aditiva a la multiplicativa: Efecto de dos variables en el desarrollo del razonamiento proporcional. **Infancia y Aprendizaje**, v. 34, n. 1, p. 67-80, 2011.

FIOL, M. L.; FORTUNY, J. M. **Proporcionalidad directa**: La forma y el número. Madrid: Síntesis, 1990.

FONT, V.; BREDA, A.; SECKEL, M. J.; PINO-FAN, L. R. Análisis de las reflexiones y valoraciones de una futura profesora de matemáticas sobre la práctica docente. **Revista de Ciencia y Tecnología**, San José, v. 34, n. 2, p. 62-75, 2018.

GIACOMONE, B.; GODINO, J. D.; BELTRÁN-PELLICER, P. Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 44, p. 1-21, 2018.



- GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, v. 11, p. 111-132, 2013.
- GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, Heidelberg, v. 39, n. 1-2, p. 127-135, 2007.
- GODINO, J. D.; GIACOMONE, B.; BATANERO, C.; FONT, V. Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 90-113, 2017.
- GONZÁLEZ, Y.; GARÍN, M.; NIETO, M.; RAMÍREZ, R.; BERNABEU, J.; PÉREZ, M.; PÉREZ, B.; MORALES, F.; VIDAL, J. M.; HIDALGO, V. "6 Matemáticas. 6 Primaria. Trimestral. Savia". Andalucía: Ediciones SM, 2015.
- HART, L. C.; ALSTON, A. S.; MURATA, A. Lesson study research and practice in mathematics education. Georgia: Springer, 2011. DOI: https://doi.org/10.1007/978-90-481-9941-9
- HUMMES, V. B.; FONT, V.; BREDA, A. Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 21, n.1, p. 64-82, 2019.
- LAMON, S. Rational number and proportional reasoning: toward a theoretical framework for research. *En*: LESTER, F. K. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte: Information Age Publishing, 2007. p. 629-667. v. 1.
- LLOYD, G. Mathematics teachers' beliefs and experiences with innovative curriculum materials. The Role of Curriculum in Teacher Development. *In:* LEDER, G. C.; PEHKONEN, E.; TÖRNER, G. (ed.). **Beliefs**: A Hidden Variable in Mathematics Education? New York: Kluwer Academic Publishers, 2002. p. 149-159.
- MASON, J. **Researching your own practice**: The discipline of noticing. Londres: RoutledgeFalmer, 2002.
- MEC. Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. BOE 52, de 1 de marzo del 2014, p. 19349-19420. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia (MEC), 2014.
- MORALES-LÓPEZ, Y.; ARAYA-ROMÁN, D. Helping Preservice Teachers to Reflect. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 22, n. 1, p. 88–111, 2020.
- PINO-FAN, L.; CASTRO, W. F.; GODINO, J. D.; FONT, V. Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. **PARADIGMA**, Maracay, v. 34, n. 2, p. 123-150, 2013.
- REMILLARD, J. T.; KIM, O. K. Knowledge of curriculum embedded mathematics: Exploring a critical domain of teaching. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 96, n. 1, p. 65–81, 2017.
- RILEY, K. J. Teachers' understanding of proportional reasoning. *In:* BROSNAN, P.; ERCHICK, D. B.; FLEVARES, L. (ed.). **Proceedings of the 32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Ohio: The Ohio State University, 2010. p. 1055-1061. v. 6.
- RUZ, F.; MOLINA-PORTILLO, E.; CONTRERAS, J. M. Idoneidad didáctica de procesos de



instrucción programados sobre didáctica de la estadística. PNA, Granada, v. 14, n. 2, p. 141-172, 2020.

SCHÖN, D. A. The reflective practitioner: How professionals think in action. Londres: Routledge, 1984.

SECKEL, M. J.; FONT, V. Competencia reflexiva en formadores del profesorado en matemáticas. **Magis**, Bogotá, v. 12, n. 25, p. 127-144, 2020. DOI: 10.11144/Javeriana.m12-25.crfp.

SHAWER, S. Teacher-driven curriculum development at the classroom level: Implications for curriculum, pedagogy and teacher training. **Teaching and Teacher Education**, Philadelphia, v. 63, p. 296-313, 2017.

SHIELD, M.; DOLE, S. Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrech, v. 82, n. 2, p. 183-199, 2013.

SILVESTRE, A. I.; PONTE, J. P. Una experiencia de enseñanza dirigida al desarrollo del razonamiento proporcional. **Revista Educación y Pedagogía**, v. 23, n. 59, p. 137-158, 2011.

STRAUSS, L.; CORBIN, J. Basis of Qualitative Research. Thousand Oaks: Sage, 1990.

VAN DOOREN, W.; DE BOCK, D.; JANSSENS, D.; VERSCHAFFEL, L. The linear imperative: An inventory and conceptual analysis of students' over-use of linearity. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 39, n. 3, p. 311-342, 2008.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. *In:* LESH, R.; LANDAU, M. (ed.), **Acquisition of mathematical concepts and processes**. Londres: Academy Press, 1983. p. 127-174.

Submetido em 14 de Setembro de 2021. Aprovado em 16 de Novembro de 2021.